文章编号:1008-1542(2026)04-0387-10

强耦合多电机系统的模型参考自适应协同控制策略

田晓松[1],高世豪[1],张自健[1],王群京[2],李国丽[2]

(1. 河北科技大学电气工程学院,河北石家庄　050018;
2. 安徽大学高节能电机及控制技术国家地方联合实验室,安徽合肥　230601)

摘　要:为解决多电机系统因强耦合、非线性及参数时变特性导致的轨迹跟踪精度低、协同能力弱的问题,提出一种基于模型参考自适应控制(model reference adaptive control,MRAC)的协同控制策略。首先,建立显式包含电机间耦合效应的动力学模型,并设计适配三自由度运动的理想参考模型;其次,推导融合耦合项补偿的 Lyapunov 自适应律,以从理论上确保闭环系统的全局渐近稳定;最后,进行仿真与平台实验分析。结果表明:所提方法在三自由度轨迹跟踪中,各轴稳态误差均小于 0.5°,动态响应时间较模糊 PID 控制缩短 50%以上;在嵌入式部署中,算法单次执行时间仅为 32 μs,能够在低成本处理器上实现 2 kHz 的实时控制。该策略突破了传统 MRAC 在单电机系统中的应用局限,显著提升了多电机系统的协同控制精度与鲁棒性,为多电机强耦合系统的高精度控制提供了参考。

关键词:电机学;多电机系统;自适应律;参考模型;嵌入式应用;轨迹跟踪

中图分类号:TM36　　**文献标识码**:A　　**DOI**:10.7535/hbkd.2026yx04005

A model reference adaptive cooperative control strategy for strongly coupled multi-motor systems

Tian Xiaosong[1], Gao Shihao[1], Zhang Zijian[1], Wang Qunjing[2], Li Guoli[2]

(1. School of Electrical Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang, Hebei 050018, China;
2. National and Local Joint Engineering Laboratory of High-Efficiency Energy-Saving Motors and Control Technology, Anhui University, Hefei, Anhui 230601, China)

Abstract: To address the issues of low trajectory tracking accuracy and weak cooperative capability in multi-motor systems caused by strong coupling, nonlinearity, and time-varying parameters, a cooperative control strategy based on model reference adaptive control(MRAC) was proposed. Firstly, a dynamic model explicitly incorporating inter motor coupling effects was established, and an ideal reference model suitable for three degree of freedom motion was designed. Secondly, a Lyapunov adaptive law integrating coupling term compensation was derived, which theoretically ensures the global asymptotic stability of the closed loop system. Finally, simulation and platform experiment were conducted. The results show that, in three degree of

收稿日期:2026-03-25;修回日期:2026-06-20;责任编辑:冯民
基金项目:国家自然科学基金(62503150)
第一作者简介:田晓松(2000—),男,河北保定人,硕士研究生,主要从事多电机协同控制方面的研究。
通信作者:高世豪,副教授。E-mail:gsh93@hebust.edu.cn

田晓松,高世豪,张自健,等. 强耦合多电机系统的模型参考自适应协同控制策略[J]. 河北科技大学学报,2026,47(4):387-396.
Tian Xiaosong, Gao Shihao, Zhang Zijian, et al. A model reference adaptive cooperative control strategy for strongly coupled multi-motor systems [J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2026, 47(4): 387-396.

freedom trajectory tracking, the steady state error of each axis is less than 0.5°, and the dynamic response time is reduced by more than 50% compared with fuzzy PID control; In the embedded implementation, the single cycle execution time of the algorithm is only 32 μs, enabling real time control at 2 kHz on a low cost processor. This strategy overcomes the application limitations of conventional MRAC in single motor systems, significantly improves the cooperative control accuracy and robustness of multi motor systems, which provides reference for high precision control of strongly coupled multi motor systems.

Keywords: electrical machinery; multi-motor system; adaptive law; reference model; embedded application; trajectory tracking

多电机关节系统作为一类多自由度精密执行机构,凭借结构紧凑、运动灵活的优势,在精密制造、微型零件装配等领域发挥着重要作用[1-3]。三电机驱动架构通过协同合成空间姿态运动,进一步扩展了系统的运动范围与负载能力。然而,该系统本质上是一个强耦合、多变量、非线性且参数时变的复杂机电系统。电机间通过机械连杆形成动态力矩与运动耦合;系统惯性张量随姿态变化、负载扰动与参数时变,使得传统控制方法难以满足其高精度轨迹跟踪的需求[4-7]。随着工业自动化向精密化方向发展,亟需开发适配该类强耦合系统的高性能控制策略,以突破现有技术瓶颈,拓展多电机智能系统的应用场景[8-10]。

现有多电机系统控制研究中,一类是基于PID优化的方法:文献[11]采用自适应遗传算法优化机器人PID控制器,通过目标函数自整定参数,但PID控制本质上难以适配强耦合、非线性系统,在复杂工况下鲁棒性不足;文献[12]基于齐格勒-尼科尔斯规则优化PID参数,实现了球形机器人的稳定运行,但这类方法仍未突破传统控制对模型依赖性强的局限,在多电机强耦合场景下协同控制精度有限。另一类是基于现代控制理论的先进方法:文献[13]提出基于非线性自适应动态规划的平衡控制算法,用于解决轮腿式机器人的模型不确定性问题,但该算法计算量巨大,难以在低成本嵌入式平台部署;文献[14]设计自适应滑模控制方案,通过构建滑模面与自适应律补偿时延估计误差,提升了轨迹跟踪精度,但滑模控制固有的抖震问题仍未得到彻底解决;文献[15]提出了一种优化模型预测控制策略,该策略通过对2台电机的有效电压矢量和零电压矢量的占空比进行整体优化分配,有效减小了转矩波动,提高了控制精度,但该优化策略的在线计算复杂度较高,在高速运行场景下的实时性有待进一步优化。

总体来看,现有研究存在三大核心缺陷[16-19]:1)缺乏对多电机强耦合动力学的显性建模与补偿;2)先进算法复杂度高、嵌入式适配性差;3)多数方法局限于单电机或简单多电机场景。为此,本文提出适配强耦合系统的模型参考自适应控制(model reference adaptive control,MRAC),突破传统MRAC多应用于单电机系统的局限,在自适应律设计中融入多电机耦合动力学信息,提升协同控制精度,以实现复杂高级控制算法在低成本嵌入式平台的高效部署,降低工程应用门槛。

1 多电机平台的结构与运动学建模

1.1 系统机械结构

本文采用的平台为一种三电机协同驱动的关节执行器,其核心在于通过3个独立电机的协调运动,合成末端执行器在球坐标系下的三维指向或轨迹跟踪运动。如图1所示,系统整体架构包含上下壳体、转动轴、底座和2个步进电机以及1个伺服电机。每个电机沿其轴独立驱动旋转,内部球面连杆实现输出轴的三维运动。与传统的多自由度电机相比,这种执行器具有较高的集成度、精度、紧凑性和节能性,扩大了其潜在的应用范围。

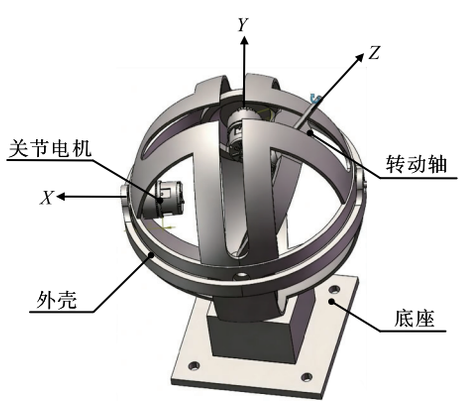


图1 多电机关节平台机械建模结构

Fig. 1 Mechanical modeling structure of multi-motor joint platform

1.2 多电机关节系统运动学分析

为描述末端执行器在空间中的姿态,采用 Z-Y-X 欧拉角序列(α,β,γ)。该序列下的旋转矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为

$$\boldsymbol{R}(\alpha,\beta,\gamma)=\boldsymbol{R}_z(\alpha)\boldsymbol{R}_y(\beta)\boldsymbol{R}_x(\gamma), \tag{1}$$

即：

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}, \tag{2}$$

式中：$s\cdot=\sin(\cdot)$；$c\cdot=\cos(\cdot)$。

设 3 个电机的输出轴角位移分别为 q_1、q_2、q_3。在本机构约束下，电机角位移与末端姿态角满足近似线性映射，忽略微小非线性传动误差：

$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_1 & 0 & 0\\ 0 & k_2 & 0\\ 0 & 0 & k_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\ q_2\\ q_3\end{bmatrix}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{q}, \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}(k_1,k_2,k_3)$，为传动比矩阵；$k_i$ 为正值常数。该线性关系基于精密传动、中低频运行和限定工作空间等前提，在此工况下，线性映射模型的误差控制在系统总允许误差的 10%以内。相应地，关节角速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}=[\dot{\alpha},\dot{\beta},\dot{\gamma}]^{\mathrm{T}}$ 与电机角速度 $\dot{\boldsymbol{q}}$ 满足：

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{q}}。 \tag{4}$$

1.3　动力学建模分析

基于拉格朗日方程构建系统动力学模型：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)-\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}}=\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}_f, \tag{5}$$

式中：$L=T-V$，为拉格朗日函数，T 为系统动能，V 为势能（因关节运动范围有限，设为 0）；$\boldsymbol{\tau}=[\tau_1,\tau_2,\tau_3]^{\mathrm{T}}$，为电机输出转矩向量；$\boldsymbol{\tau}_f=\boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{q}}$，为黏性摩擦转矩向量；$\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}(B_1,B_2,B_3)$，为阻尼系数矩阵。

系统动能包括三电机转子动能与关节转子动能：

$$T=T_m+T_j=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{J}_{mi}\dot{\boldsymbol{q}}_i^2+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_j\boldsymbol{\omega}, \tag{6}$$

式中：i 为电机与关节间的传动比系数，与传动比矩阵 $\boldsymbol{K}=\mathrm{diag}(k_1,k_2,k_3)$满足 $k_i=i$；$\boldsymbol{J}_j$ 为关节转子惯性张量；$\boldsymbol{\omega}$ 为关节角速度向量。

总动能整理为矩阵形式如下：

$$T=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}, \tag{7}$$

式中 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{J}_m+\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_j\boldsymbol{R}\boldsymbol{K}^2$，为系统惯性矩阵。其中 $\boldsymbol{J}_m=\mathrm{diag}(\boldsymbol{J}_{m1},\boldsymbol{J}_{m2},\boldsymbol{J}_{m3})$，为电机惯性矩阵。惯性矩阵随姿态 $\boldsymbol{q}=[\alpha,\beta,\gamma]^{\mathrm{T}}$ 变化，体现系统的非线性特性。

对拉格朗日函数求偏导：

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}, \tag{8}$$

其中，偏导数反映动能随电机角速度的变化关系，为后续时间导数计算奠定基础。对式（8）求时间导数：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}}\right)=\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}, \tag{9}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{M}}(q)$为惯性矩阵的时间导数，反映姿态变化引起的惯量耦合；$\ddot{\boldsymbol{q}}$ 为电机角加速度向量。

拉格朗日函数对电机角位置的偏导：

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}}=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}}\frac{\partial \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})}{\partial \boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}}。 \tag{10}$$

偏导数体现惯性矩阵随角位置的变化对系统势能的影响，最终转化为科氏-离心力项。将式(8)—式(10) 代入式(5)，整理得到系统动力学方程：

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{q}}=\boldsymbol{\tau}, \tag{11}$$

式中 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})-\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\frac{\partial M}{\partial q_1}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \frac{\partial M}{\partial q_2}\dot{\boldsymbol{q}}\\ \frac{\partial M}{\partial q_3}\dot{\boldsymbol{q}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$，为科氏-离心力矩阵，反映电机间的运动耦合效应。

2 模型参考自适应控制器设计

2.1 控制器整体结构

本文所设计的MRAC系统整体结构如图2所示。该系统以三电机协同驱动架构为基础，关节空间轨迹指令经运动学逆解转换为各电机期望位置。速度环采用MRAC控制器，其核心由参考模型、自适应律计算模块及控制器参数在线更新机构组成[20-23]。

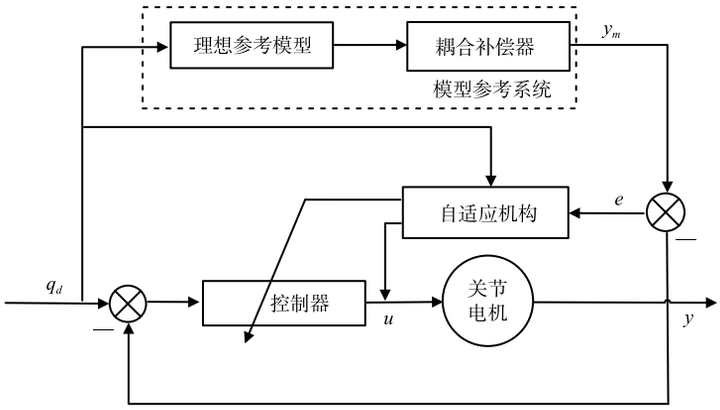


图2 MRAC框图

Fig. 2 Model reference adaptive control block diagram

2.2 参考模型

为提供理想动态响应特性，选取二阶线性定常系统作为参考模型：

$$\ddot{\boldsymbol{q}}_m + 2\xi\omega_n\dot{\boldsymbol{q}}_m + \omega_n^2\boldsymbol{q}_m = \omega_n^2\boldsymbol{q}_d, \tag{12}$$

式中：$\boldsymbol{q}_m$ 为参考模型输出角位置；$\boldsymbol{q}_d$ 为期望轨迹；$\xi=0.7$，为阻尼比；$\omega_n=5$ rad/s，为固有角频率。

将式(12)转化为状态方程形式：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m = \boldsymbol{A}_m\boldsymbol{x}_m + \boldsymbol{B}_m\boldsymbol{q}_d, \tag{13}$$

$$\boldsymbol{y}_m = \boldsymbol{C}_m\boldsymbol{x}_m, \tag{14}$$

式中：状态向量 $\boldsymbol{x}_m=[q_m^{\mathrm{T}},\dot{q}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，包含参考角位置与角速度；系统矩阵 $\boldsymbol{A}_m=\mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix}0 & l\\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n\end{bmatrix}\right)$；输入矩阵 $\boldsymbol{B}_m=\mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix}0\\ \omega_n^2\end{bmatrix}\right)$；输出矩阵 $\boldsymbol{C}_m=\mathrm{diag}([1\quad 0])$；$\boldsymbol{y}_m=\boldsymbol{q}_m$，为参考模型输出，与被控对象输出直接对比以定义跟踪误差。

2.3 跟踪误差与被控对象状态方程

定义状态跟踪误差：

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{x}_m-\boldsymbol{x}=\begin{bmatrix}e_q\\ e_{\dot{q}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}q_m-q\\ \dot{q}_m-q\end{bmatrix}, \tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{x}=[q^{\mathrm{T}},\dot{q}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，为被控对象状态向量；$e_q$ 为位置跟踪误差，$e_{\dot{q}}$ 为角速度跟踪误差，二者共同构成控制器的反馈信号。

考虑嵌入式实时性要求，对系统进行合理简化：将 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ 冻结于平衡位置 $q=0$ 处得 $\boldsymbol{M}_0=\boldsymbol{M}(0)$，将 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 近似为常值矩阵 $\boldsymbol{C}_0$。简化依据是轨迹跟踪过程中 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ 变化率远小于系统特征频率，其时变部分可视为有界摄动，由自适应律在线补偿；科氏力耦合效应则通过误差反馈 $\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e}$ 和自适应参数 $\hat{\theta}$ 协同抑制。

上述简化将摄动归入模型不确定性。令 $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})=\boldsymbol{M}_0+\Delta\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$，$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})=\boldsymbol{C}_0+\Delta\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$。其中 $\Delta\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})$ 与 $\Delta\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$ 有界。摄动引入的动态误差可等效为系统矩阵偏差的一部分，并入待估计参数向量 $\boldsymbol{\theta}$。在2.5节稳定性框架下，只要摄动满足匹配条件，自适应律式(25)即通过在线调整 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 对其补偿，保证 $\dot{V}$ 负定，跟踪误差全局渐近收敛。该简化对收敛速度的影响集中于暂态初期：摄动幅度较大时，参数估计需经历短暂调整，收敛速度轻微下降，可通过增大自适应增益 $\boldsymbol{\Gamma}$ 改善。

经上述简化，得到被控对象状态方程：

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{\tau}), \tag{16}$$

式中：系统矩阵 $\boldsymbol{A}_p=\mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -(\boldsymbol{C}_0+\boldsymbol{B})/\boldsymbol{M}_0\end{bmatrix}\right)$，其中 $\boldsymbol{M}_0=\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}=0)$，为初始姿态下的惯性矩阵，$\boldsymbol{C}_0$ 为初始科氏矩阵，$\boldsymbol{B}$ 为阻尼系数矩阵；输入矩阵 $\boldsymbol{B}_p=\mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix}0\\ 1/\boldsymbol{M}_0\end{bmatrix}\right)$；$\boldsymbol{\tau}$ 为电机输出转矩向量，作为控制器的控制输入。

由式(13)与式(16)相减得误差状态方程，消去期望轨迹项，得到误差状态方程：

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{e}+(\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}_p)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}_m q_d-\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{\tau},\tag{17}$$

令 $\Delta\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_m-\boldsymbol{A}_p$，$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{q}_d)=[\boldsymbol{x},\boldsymbol{q}_d]$，$\boldsymbol{\theta}=[\Delta\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{B}_m^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，式 (17) 改写为

$$\dot{\boldsymbol{e}}=\boldsymbol{A}_m\boldsymbol{e}+\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{\tau}。\tag{18}$$

2.4　自适应律设计

为保证系统全局稳定，选取正定 Lyapunov 函数：

$$V(\boldsymbol{e},\tilde{\boldsymbol{\theta}})=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\tilde{\boldsymbol{\theta}},\tag{19}$$

式中：$\boldsymbol{P}$ 满足 Lyapunov 方程 $\boldsymbol{A}_m^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_m=-\boldsymbol{Q}$（$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}(10I_2)$，为正定对称矩阵；$\tilde{\boldsymbol{\theta}}=\boldsymbol{\theta}-\hat{\boldsymbol{\theta}}$，为参数估计误差，$\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 为参数估计值；$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}(10I)$，为自适应增益矩阵。

对 Lyapunov 函数 (19) 求时间导数：

$$\dot{V}=\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\dot{\boldsymbol{e}}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}},\tag{20}$$

将式(18)代入式(20)，结合 Lyapunov 方程 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_m=-\boldsymbol{Q}$，整理得到：

$$\dot{V}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{\tau}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}},\tag{21}$$

设计控制输入转矩向量 $\boldsymbol{\tau}$ 为

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}+\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e},\tag{22}$$

式中 $\boldsymbol{K}_e=\mathrm{diag}(5I_2)$，为误差反馈增益矩阵。从耦合抑制的角度分析，误差反馈项 $\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e}$ 与自适应补偿项 $\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 功能互补。科氏力矩阵 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$诱发的轴间速度耦合主要分布于中高频段，反馈增益 $\boldsymbol{K}_e$ 通过增加系统等效阻尼，使此类暂态扰动快速衰减。同时，模型简化与参数时变引入的低频耦合误差和稳态偏置，统一由自适应律(25)根据回归向量 $\boldsymbol{\Phi}$ 在线估计并补偿。二者协同，分频带抑制耦合效应，实现从暂态到稳态的全过程控制。

将式 (22) 代入 $\dot{V}$ 表达式，整理得：

$$\dot{V}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e}+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}+\boldsymbol{\Gamma}^{-1}\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}),\tag{23}$$

为使 $\dot{V}\leqslant 0$，令参数估计误差的导数满足：

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}=-\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}。\tag{24}$$

由于$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}=\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$，最终得到自适应律：

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=\boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{e}。\tag{25}$$

回归向量 $\boldsymbol{\Phi}(x,q_d)$传递机理：被控对象受强耦合动力学(式(11))驱动，其状态轨迹 $\boldsymbol{x}$ 必包含因耦合效应导致的、相对解耦参考响应的偏差；此偏差进入跟踪误差 $\boldsymbol{e}$ 后，经自适应律 $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$ 以误差反馈形式驱动参数更新。同时，回归向量中的 $\boldsymbol{x}$ 本身即为耦合动力学状态的实时采样，其时序中隐式编码了轴间交叉耦合的历史信息。因此，耦合动力学信息是以“隐式编码”形式嵌入误差与系统状态之中，自适应律通过实时学习误差模式特征，间接提取并补偿了模型中的耦合不确定性，从而提升多电机协同控制精度。

式(22)和式(25)中涉及的主要参数整定遵循以下原则：

1)$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}(10I_2)$在保证系统不出现明显超调的前提下获得较快的误差衰减；

2)自适应增益 $\boldsymbol{\Gamma}$ 控制参数估计的更新速度，$\boldsymbol{\Gamma}=\mathrm{diag}(10I)$在收敛速度与平滑性间取得平衡；

3)$\boldsymbol{K}_e=\mathrm{diag}(5I_2)$用于补偿简化模型忽略的高频动态，有效抑制因模型不确定性引起的暂态振荡。

2.5　稳定性证明

将式 (24)和式(25) 代入 $\dot{V}$ 表达式，最终得到：

$$\dot{V}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e}\leqslant 0,\tag{26}$$

式中，因 $\boldsymbol{Q}>0$，$\boldsymbol{P}>0$，$\boldsymbol{K}_e>0$，故 $\dot{V}$ 为负定函数，且 V 正定、径向无界。故平衡点 $\boldsymbol{e}=0$ 是全局一致渐近稳定的，即 $\boldsymbol{e}(t)\to 0(t\to\infty)$。由 LaSalle 不变集原理可知，系统的所有解均收敛于集合 $\Omega=(\boldsymbol{e},\tilde{\boldsymbol{\theta}})|\dot{V}=0=(\boldsymbol{e},\tilde{\boldsymbol{\theta}})|\boldsymbol{e}=0$ 的最大不变集内。在该不变集上，由式(18)及 $\boldsymbol{e}=0$ 可推得 $\boldsymbol{\Phi\theta}=\boldsymbol{B}_p\boldsymbol{\tau}$，结合自适应律(25)可知 $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}=0$，即参数估计值停止更新。

参数估计值 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 是否收敛于其真实值 $\boldsymbol{\theta}$，取决于参考输入信号 $\boldsymbol{q}_d$ 是否满足持续激励条件。在本文中，期望轨迹 $\boldsymbol{q}_d$ 包含正弦与常值分量，其频谱在 2π rad/s 处具有持续的能量注入，满足 PE 条件。故可进一步保证 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}\to 0(t\to\infty)$，即参数估计一致收敛于真值。

3 仿真与实验分析

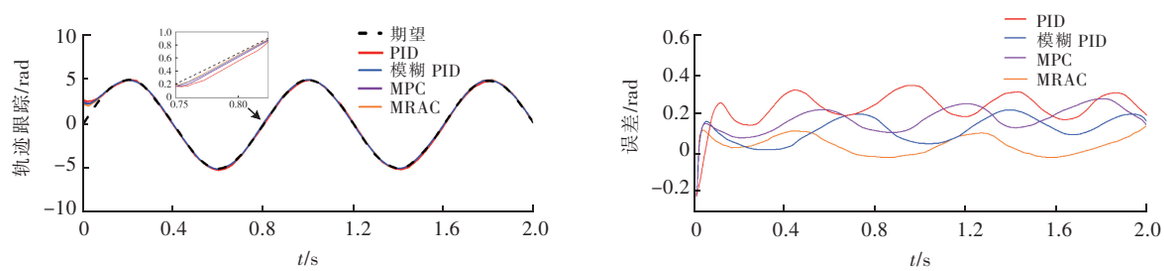
3.1 轨迹跟踪仿真

基于 MATLAB/Simulink 搭建多电机机器关节控制系统仿真平台，采用变步长 ode45 求解器，最大步长设为 1×10^{-4} s，仿真时长为 2 s。电机及关节动力学参数依据实验平台实测值设定，电机转动惯量 $J_{mi}=1.2\times10^{-4}$ kg·m^2 $(i=1,2,3)$，关节负载惯量 $J_j=\mathrm{diag}(5.6,5.6,3.2)\times10^{-3}$ kg·m^2，阻尼系数 $B_i=0.01$(N·m·s)/rad，传动比 $k_i=50(i=1,2,3)$。对比以下 4 种方法：PID 控制、模糊 PID 控制、MPC(模型预测控制)、本文方法(MRAC)。其中，PID 控制采用位置式 PID 算法，依据临界比例度法进行初步整定以获得基准参数范围，后经试凑法精细调整至最佳性能。最终设定参数为比例增益 $K_p=1.5$，积分时间常数 $T_i=0.8$ s，微分时间常数 $T_d=0.02$ s。模糊 PID 采用三角形隶属度函数，论域归一化为[−1,1]，模糊规则库为 7×7 标准形式；MPC 预测时域 $N_p=20$ 步(对应 0.1 s)，控制时域 $N_c=5$ 步，权重矩阵 $\boldsymbol{Q}_{\mathrm{MPC}}=10I_3$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{MPC}}=0.1I_3$，采用 QP 求解器；MRAC 参数按 2.4 节设定，即 $\boldsymbol{Q}=10I_{12}$，$\boldsymbol{\Gamma}=10I_{12}$，$\boldsymbol{K}_e=5I_6$。所有控制器参数均经过试凑法优化至最佳性能，以保证对比的公平性。

首先分别测试 4 种控制方法的轨迹跟踪响应曲线与轨迹跟踪误差曲线。仿真实验中 3 个电机驱动关节执行器，$X/Y/Z$ 轴期望轨迹为复合正弦曲线。期望运动轨迹设计如下：

$$\boldsymbol{\theta}_d=\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\sin(2\pi t)\\ 5\cos(2\pi t)\\ 5\end{bmatrix},\quad t\in[0,2]。\tag{27}$$

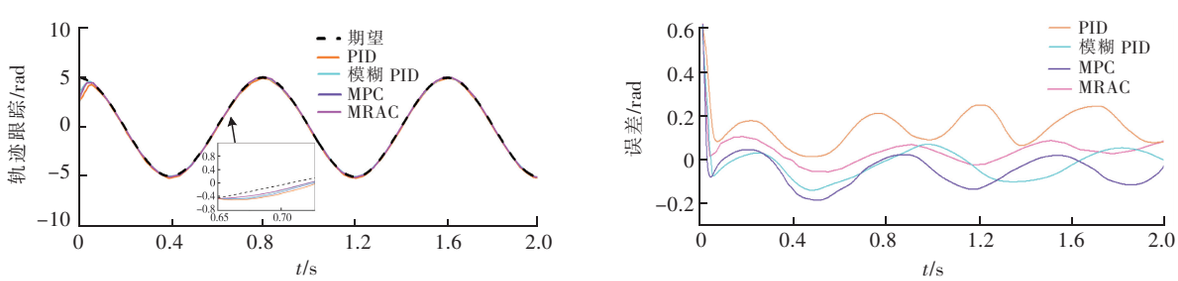
4 种控制算法的 α、β、γ 角轨迹跟踪曲线及误差曲线如图 3—图 5 所示。



a) 轨迹跟踪　　b) 误差

图 3　α 角轨迹跟踪及误差曲线

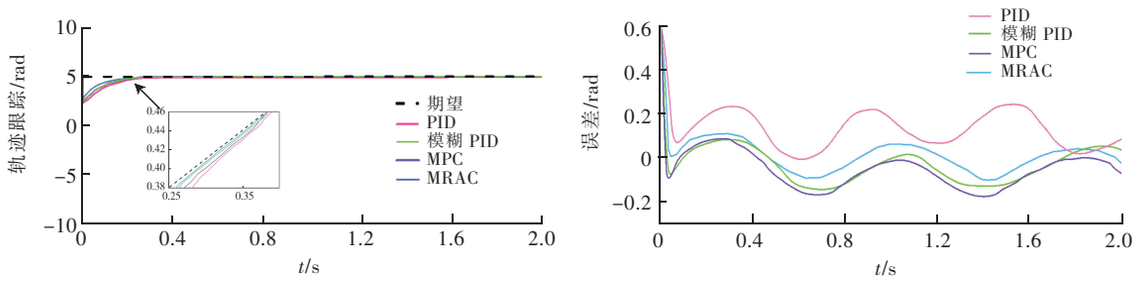
Fig. 3　α angle trajectory tracking and error curve



a) 轨迹跟踪　　b) 误差

图 4　β 角轨迹跟踪及误差曲线

Fig. 4　β angle trajectory tracking and error curve



a）轨迹跟踪　　b）误差

图 5　γ 角轨迹跟踪及误差曲线

Fig. 5　γ angle trajectory tracking and error curve

根据仿真图可以看出，4 种方法均能较好地跟踪期望轨迹，但各有优缺点。在 1 s 后，PID 因固定增益缺乏对强耦合非线性的补偿能力，出现最大超调与振荡。模糊 PID 通过在线调整参数，超调与振荡有所减轻，但其固定结构的模糊推理仍难以覆盖系统全局非线性变化。MPC 表现出比模糊 PID 更小的超调、更快的响应，原因是其在线求解有限时域优化问题，即以系统动力学模型作为等式约束，通过预测轨迹提前调整控制量，有效抑制了耦合引起的暂态偏差，但 MPC 性能依赖预测模型精度，系统参数摄动时，固定模型预测精度下降，跟踪误差逐渐累积。而 MRAC 始终保持平稳跟踪，其优势在于自适应律(25)实时感知状态变化，在线更新参数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$，补偿简化模型与实际系统的偏差；同时误差反馈项 $\boldsymbol{K}_e\boldsymbol{e}$ 提供附加阻尼，抑制了暂态高频分量，使系统在模型失配下仍保持近似参考模型的理想动态。为定量比较，表 1 列出了 4 种方法的跟踪误差与稳态误差。

表 1　4 种方法跟踪误差与稳态误差对比

Tab. 1　Tracking error and steady-state error comparison of four methods

单位：rad

控制策略	α 轴跟踪误差	β 轴跟踪误差	γ 轴跟踪误差	α 轴稳态误差	β 轴稳态误差	γ 轴稳态误差
PID	3.12	3.10	2.13	0.75	0.58	0.42
模糊 PID	1.78	1.72	0.87	0.43	0.38	0.18
MPC	1.20	1.12	0.58	0.26	0.22	0.09
MARC	0.80	0.62	0.30	0.10	0.09	0.05

分析表明，MRAC 方法表现出最优的跟踪精度和鲁棒性，其跟踪误差与稳态误差均显著低于 PID 控制、模糊 PID 与 MPC 控制，验证了所提策略在处理强耦合非线性系统时的优越性。

3.2　位置跟踪对比实验

实验平台如图 6 所示，多电机机器关节由 2 台步进电机和 1 台伺服电机组成。具体配置如下：伺服电机采用普菲德 80 伺服系列，额定功率 750 W，配有 20 位增量式编码器，由 DG 100 伺服驱动器驱动，工作于速度模式；选用普菲德 57 型两相混合式步进电机，步距角 1.8°，由 DM542C 型细分驱动器驱动，细分倍数设为

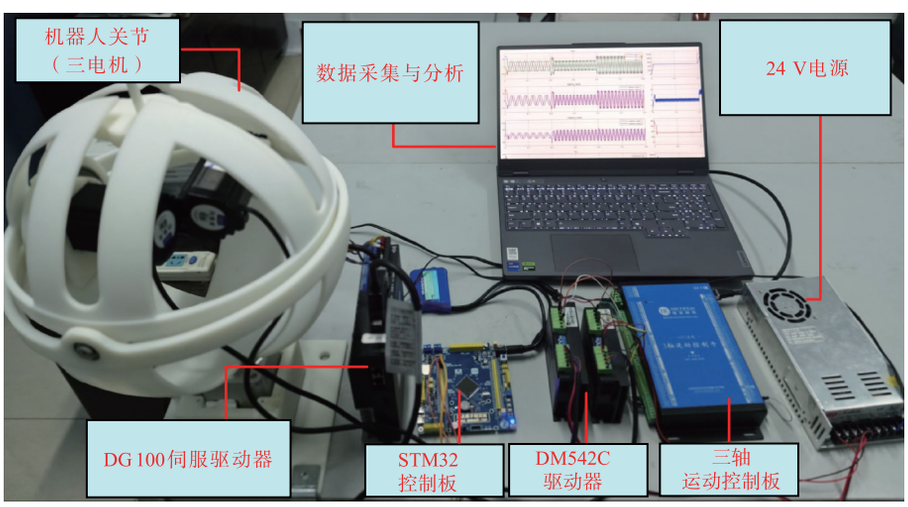


图 6　多电机机器关节实验平台

Fig. 6　Multi-motor machine joint experimental platform

32，即每转脉冲数 6 400。主控制器采用 STM32F407(Cortex-M4 内核，168 MHz 主频)，负责运行 MRAC 控制算法、采集编码器信号并输出控制指令。仿真中采用自适应变步长求解器(最大步长 1×10^{-4} s)以精确捕捉系统高频动态特性；实验中受 STM32F407 处理器主频与编码器采样速率的限制，控制周期设定为 500 μs。该周期远小于本系统机电时间常数，满足奈奎斯特采样定理和实时控制的要求，不会对控制策略的时域性能对比造成实质性影响。编码器采样频率与之一致。电源采用 24 V/10 A 开关电源为驱动器和控制器供电。上位机通过 CAN 总线，通信速率 1 MB/s 与 STM32 实时通信，使用 CAN 通信软件记录实验数据，记录频率为 1 kHz。

为了更直观地比较 4 种控制算法的控制稳定效果，针对这 4 种不同算法进行了详细的比较实验。为确保对比的一致性，实验中的期望轨迹与仿真完全相同，控制器参数亦沿用仿真中的整定值，仅根据实际硬件限制对 MPC 的求解器进行了轻度优化，并且将 QP 求解最大迭代次数从 500 降至 200，以保证实时性。实验工况取 0～5 s 跟踪复合正弦轨迹，重复实验 3 次取平均值。

通过对比分析，绘制了 α、β、γ 3 个方向上相应的误差对比图，如图 7—图 9 所示。实验性能指标如表 2 所示。

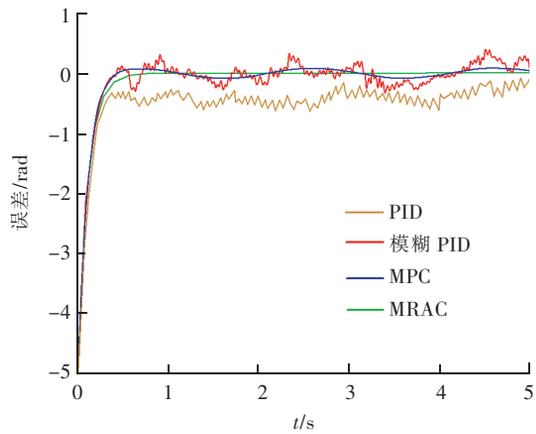


图 7 α 角位置跟踪误差曲线

Fig. 7 α angle position tracking error curve

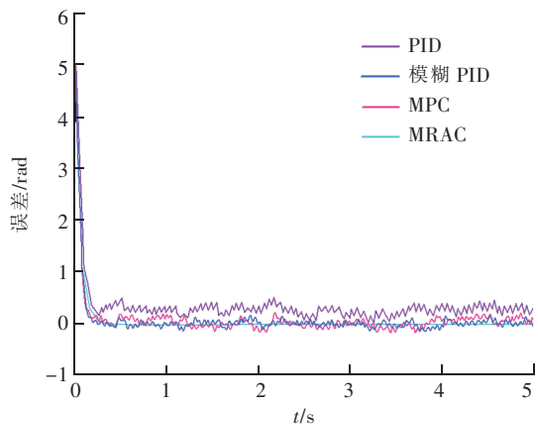


图 8 β 角位置跟踪误差曲线

Fig. 8 β angle position tracking error curve

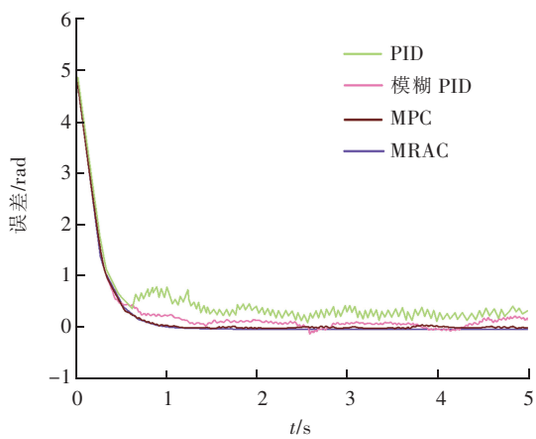


图 9 γ 角位置跟踪误差曲线

Fig. 9 γ angle position tracking error curve

表 2 实物实验轨迹跟踪性能指标对比

Tab. 2 Physical experiment trajectory tracking performance index comparison

控制方法	启动稳定时间/s	α 角稳态误差/rad	β 角稳态误差/rad	γ 角稳态误差/rad	最大超调量/rad
PID	0.20	2.4	2.6	2.3	1.8
模糊 PID	0.10	1.2	1.4	1.3	0.7
MPC	0.08	0.5	0.7	0.6	0.3
MRAC	0.05	0.3	0.4	0.3	0.1

实验结果表明，MRAC 的实际启动稳定时间仅为 0.05 s，较 PID 缩短 75%，较模糊 PID 缩短 50%，较 MPC 缩短 37.5%；α、β、γ 3 个方向稳态误差≤0.5°，最大超调量仅 0.1°，轨迹跟踪精度显著优于对比方法。MPC 在实验中因受到机械摩擦和装配误差影响，误差略大，但仍优于模糊 PID；PID 控制的启动稳定时间最长，3 个方向稳态误差均为 4 种方法中最大，最大超调量也最为显著。

实验误差主要源于实验中的机械摩擦、装配间隙及传感器测量噪声。MRAC 在实验中的稳态误差偏差≤0.1°，恢复稳定时间偏差≤0.005 s，验证了所建动力学模型的准确性。

此外，为验证本文 MRAC 策略在低成本嵌入式平台的实用性，对算法计算复杂度进行定量分析。MRAC 控制器单次控制周期需执行的主要计算包括误差计算、回归向量构造、自适应律更新、控制律计算、参考模型更新，合计单周期浮点运算次数约 500 次，加上必要的逻辑判断与数据搬移，总运算量在 600 个机器周期以内。在 STM32F407(168 MHz，支持 FPU)上实测，MRAC 算法单次执行耗时约 32 μs，远小于控制周期 500 μs，CPU 占用率仅为 6.4%。代码占用 Flash 8.2 KB，RAM 2.4 KB，均在芯片资源范围内。

相比之下，自适应动态规划、高阶滑模等算法运算量>1 000 次/周期，难以在 500 μs 内完成。本文算法通过合理的模型简化与矩阵运算优化，实现了复杂自适应控制在低成本平台的实时运行，验证了其工程实用性。

4　结　语

针对多电机系统强耦合、非线性及参数时变导致的控制难题，提出基于 MRAC 的协同控制策略。通过建立含耦合效应的动力学模型，设计适配三自由度的参考模型与融合耦合补偿的 Lyapunov 自适应律，确保系统全局稳定。仿真与实验结果表明，该策略在多电机协同轨迹跟踪中显著提升了跟踪精度、动态响应速度与鲁棒性，稳态误差与最大超调量均优于 PID、模糊 PID 及 MPC 方法；同时，算法计算负担小，能够在低成本嵌入式平台上实现高频实时控制，突破了传统 MRAC 单电机应用的局限。

本研究存在机械摩擦、装配间隙等因素带来的误差影响。未来将进一步优化模型精准度，探索自适应增益动态调节机制，从而进一步提升系统的综合性能；拓展所提策略在更多精密执行机构中的应用。

参考文献/References：

[1] 窦汝桐，于慎波，翟凤晨，等. 多电机耦合驱动式仿人机械臂设计与传动特性分析[J]. 机床与液压，2023，51(21)：23-30.
Dou Rutong，Yu Shenbo，Zhai Fengchen，et al. Transmission characteristics analysis and design of humanoid robot arm with multi-motor coupling drive mode[J]. Machine Tool & Hydraulics，2023，51(21)：23-30.

[2] 徐妍，房立金，刘勋，等. 新型二自由度关节设计及其多电机消隙控制[J]. 机械设计与研究，2021，37(4)：30-37.
Xu Yan，Fang Lijin，Liu Xun，et al. Design of a novel joint with two defree of freedomand anti-backlash control of multi-motor[J]. Machine Design & Research，2021，37(4)：30-37.

[3] 杨小庆，赵振华. 多电机机器人模糊 PID 控制仿真研究[J]. 中国工程机械学报，2020，18(3)：248-252.
Yang Xiaoqing，Zhao Zhenhua. Simulation of fuzzy-PID control for multi-motor robot[J]. Chinese Journal of Construction Machinery，2020，18(3)：248-252.

[4] 吴庆，曾喆昭，熊洛. 永磁球形电机的自耦 PID 控制方法[J]. 兵器装备工程学报，2025，46(7)：242-248.
Wu Qing，Zeng Zhezhao，Xiong Luo. Auto-coupling PID control method of permanent magnet spherical motor[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering，2025，46(7)：242-248.

[5] Chotikunnan P，Chotikunnan R，Nirapai A，et al. Optimizing membership function tuning for fuzzy control of robotic manipulators using PID-driven data techniques[J]. Journal of Robotics and Control，2023，4(2)：128-140.

[6] 贺志浩，于海生. 基于自抗扰与观测器的环形耦合多电机协调滑模控制[J]. 微电机，2021，54(4)：48-55.
He Zhihao，Yu Haisheng. Coordinated sliding mode control of ring-coupled multi-motor based on active disturbance rejection and observer [J]. Micromotors，2021，54(4)：48-55.

[7] 蒋文昊. 基于模糊 PID 算法的重型龙门机床多电机驱动控制研究[J]. 机械管理开发，2025，40(3)：207-209.
Jiang Wenhao. Research on multi-motor drive control of heavy gantry machine tool based on fuzzy PID algorithm[J]. Mechanical Management and Development，2025，40(3)：207-209.

[8] 沈百强，乐全明，郑月忠，等. 架空地线巡检机器人多电机同步控制策略[J]. 浙江电力，2019，38(7)：42-47.
Shen Baiqiang，Yue Quanming，Zheng Yuezhong，et al. Multi-motor synchronous control strategy for overhead ground wire inspection robot[J]. Zhejiang Electric Power，2019，38(7)：42-47.

[9] 高琳，张志远，王少锋，等. 双冗余机器人协调运动中关节点位追踪的控制策略研究[J]. 机械传动，2025，49(6)：25-35.

Gao Lin，Zhang Zhiyuan，Wang Shaofeng，et al. Research on control strategies for joint point tracking in coordinated motion of dual-redundant robots[J]. Journal of Mechanical Transmission，2025，49(6)：25-35.

[10] 史婷娜，王敢，曹彦飞，等. 伺服系统多轴协同控制技术综述[J]. 中国电机工程学报，2025，45(11)：4479-4493.
Shi Tingna，Wang Gan，Cao Yanfei，et al. Review on cooperative control technologies of multi-axis servo systems[J]. Proceedings of the CSEE，2025，45(11)：4479-4493.

[11] 吴婷，张礼兵. 基于自适应遗传算法自优化的机器人控制策略[J]. 自动化与仪器仪表，2015(6)：77-79.
Wu Ting，Zhang Libing. Robot control strategy based on adaptive genetic algorithm[J]. Automation & Instrumentation，2015(6)：77-79.

[12] Roozegar M，Mahjoob M J. Modelling and control of a non-holonomic pendulum-driven spherical robot moving on an inclined plane：simulation and experimental results[J]. IET Control Theory & Applications，2017，11(4)：541-549.

[13] 王家浩，李照祥，孔唯一，等. 基于自适应的轮腿式机器人控制系统[J]. 电脑知识与技术，2023，19(1)：114-117.

[14] Park J，Kwon W，Park P. An improved adaptive sliding mode control based on time-delay control for robot manipulators[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics，2023，70(10)：10363-10373.

[15] 李东亮，缪仲翠，王志浩，等. 基于模型预测的多电机弱磁同步控制策略研究[J]. 电机与控制应用，2019，46(11)：7-12.
Li Dongliang，Miao Zhongcui，Wang Zhihao，et al. Synchronous flux weakening control strategy of multi-motor system based on model prediction[J]. Electric Machines & Control Application，2019，46(11)：7-12.

[16] 孙会琴，回宝峰，王宏辉，等. 新型滑模自抗扰起重机电机控制系统研究[J]. 河北科技大学学报，2026，47(1)：40-48.
Sun Huiqin，Hui Baofeng，Wang Honghui，et al. Research on the control system of a novel sliding mode active disturbance rejection crane motor[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology，2026，47(1)：40-48.

[17] 王名鑫，戴跃洪，王永生. 开关磁阻电机伺服控制策略研究[J]. 电子制作，2024，32(13)：107-110.
Wang Mingxin，Dai Yuehong，Wang Yongsheng. Research on servo control strategy of switched reluctance motor[J]. Practical Electronics，2024，32(13)：107-110.

[18] 曾明杰，高运昌，吴亚鹏. 基于 PID 控制器的无轴承异步电机控制策略研究[J]. 微电机，2024，57(8)：26-30.
Zeng Mingjie，Gao Yunchang，Wu Yapeng. Research on control strategy of bearingless asynchronous motor based on PID controller[J]. Micromotors，2024，57(8)：26-30.

[19] 陈立奇. 基于单片机的嵌入式多电机智能控制系统设计[J]. 计算机测量与控制，2020，28(5)：117-122.
Chen Liqi. Design of embedded multi-motor intelligent control system based on MCU[J]. Computer Measurement & Control，2020，28(5)：117-122.

[20] 柳舟洲，任虹霞，王桐，等. 基于模型参考自适应的永磁同步发电机参数在线辨识与稳压控制[J]. 微电机，2025，58(12)：16-22.
Liu Zhouzhou，Ren Hongxia，Wang Tong，et al. Online parameter identification and voltage stabilization control of permanent magnet synchronous generator based on model reference adaptive control[J]. Micromotors，2025，58(12)：16-22.

[21] 冯俊学，贾存德，孔祥东，等. 基于模型参考自适应控制的加压力补偿控制研究[J]. 机械工程学报，2025，61(24)：295-310.
Feng Junxue，Jia Cunde，Kong Xiangdong，et al. Research on pressure compensation control based on model reference adaptive control[J]. Journal of Mechanical Engineering，2025，61(24)：295-310.

[22] 余晨雨，章政，郭庆瑞，等. 基于模型参考自适应的球形机器人运动控制[J]. 高技术通讯，2021，31(12)：1312-1319.
Yu Chenyu，Zhang Zheng，Guo Qingrui，et al. Motion control of spherical robot based on model reference adaptive control[J]. Chinese High Technology Letters，2021，31(12)：1312-1319.

[23] 陈其怀，郑镠清，林添良，等. 基于扰动观测器的电动挖掘机变惯量电回转模型参考自适应控制[J]. 机械工程学报，2025，61(12)：367-376.
Chen Qihuai，Zheng Liuqing，Lin Tianliang，et al. Model reference adaptive control of electric excavator variable inertia electric swing based on adaptive disturbance observer[J]. Journal of Mechanical Engineering，2025，61(12)：367-376.