

文章编号:1008-1542(2020)02-0122-11

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



# 基于改进高斯伪谱法的多无人机协同轨迹规划

邵士凯, 彭瑜, 贾慧敏, 杜云

(河北科技大学电气工程学院, 河北石家庄 050018)

**摘要:**针对当前伪谱法求解无人机轨迹存在的计算量大、运算时间长以及难以保证最优性等问题,提出了将粒子群算法与高斯伪谱法相结合的改进方法。首先,使用粒子群算法进行轨迹预规划,保证近似最优解的快速实现;其次,针对高斯伪谱法配点的相对位置选取,对粒子群预规划的航迹点做拟合处理,并以此作为高斯伪谱法的初始参考指令,从而解决伪谱法的初值敏感问题,加快优化算法的收敛速度。最后,综合考虑无人机编队性能指标、飞行环境以及协同飞行约束等进行实验。实验结果验证了初值选取的重要性,同时表明了所设计算法可提升解的最优性与收敛速度。研究成果可为多无人机协同飞行控制快速规划出多维度、高精度的引导指令,对实现智能自主化飞行有一定参考价值。

**关键词:**飞行技术;多无人机;协同轨迹规划;伪谱法;粒子群算法;初值选取

中图分类号:V279

文献标识码:A

doi:10.7535/hbkd.2020yx02003

## Cooperative trajectory planning of multi-unmanned aerial vehicle based on improved Gauss pseudospectral method

SHAO Shikai, PENG Yu, JIA Huimin, DU Yun

(School of Electrical Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang, Hebei 050018, China)

**Abstract:** In order to solve the problems of large computation amount, long operation time and difficulty in ensuring optimality, an improved method combining particle swarm optimization algorithm and Gaussian pseudospectral method was proposed. Firstly, particle swarm optimization algorithm was used for track pre-planning to ensure the fast realization of approximate optimal solution. Secondly, according to the selection of relative positions of collocation points of Gaussian pseudospectral method, the path points of pre-planned particle swarm optimization were fitted, which was used as the initial reference instruction of Gaussian pseudospectral method, so as to solve the problem of initial value sensitivity of pseudospectral method and accelerate the convergence speed of optimization algorithm. Finally, simulation experiments were carried out by taking the performance index of unmanned aerial vehicle formation, flight environment and cooperative flight constraints into consideration. Simulation results verify the importance of the selection of initial value and show that the designed algorithm could improve the

收稿日期:2019-12-11;修回日期:2020-02-28;责任编辑:陈书欣

基金项目:国家自然科学基金(61903122);河北科技大学博士启动基金(PYB2019010)

第一作者简介:邵士凯(1987—),男,河北石家庄人,讲师,博士,主要从事飞行器编队优化与控制方面的研究。

通讯作者:杜云副教授。E-mail:yunny7503@163.com

邵士凯,彭瑜,贾慧敏,等.基于改进高斯伪谱法的多无人机协同轨迹规划[J].河北科技大学学报,2020,41(2):122-132.

SHAO Shikai, PENG Yu, JIA Huimin, et al. Cooperative trajectory planning of multi-unmanned aerial vehicle based on improved Gauss pseudospectral method[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2020, 41(2): 122-132.

optimization and convergence speed of the solution. The research results can be used to quickly plan multi-dimensional and high-precision guidance instructions for coordinated flight control of multiple UAVs, and have certain reference value for the realization of intelligent autonomous flight.

**Keywords:** flight technology; multi-unmanned aerial vehicle; cooperative trajectory planning; pseudospectral method; particle swarm optimization algorithm; initial guess

随着科技的飞速发展,无人机技术受到广泛关注<sup>[1]</sup>。目前任务环境日益复杂,多机协同自主飞行成为未来无人机发展的重要方向之一。

多无人机协同轨迹规划是指综合考虑任务要求、飞行环境因素、多机协同关系以及自身机动性能约束,为每架无人机规划出最优飞行轨迹<sup>[2]</sup>。轨迹规划是实现无人机协同飞行的关键技术之一,其难点在于无人机动力学与运动学之间的强耦合关系,导致轨迹规划复杂程度高,且规划结果难以兼顾快速性与精确性。

近年来,很多学者对无人机轨迹规划进行了研究。智能算法是目前针对轨迹规划使用最广泛的方法之一,文献[3]提出了改进蚁群算法,将三维航迹拆分成平面规划和高度规划两层,有效跳出局部最优,并对航迹进行平滑处理得到可行解。文献[4]提出了带有差分进化和自适应参数调整策略的混合粒子群算法,建立多个航点并插入分割点,通过航迹规划仿真验证了算法的有效性。文献[5]提出将人工蜂群算法与进化规划相结合用于求解路径规划问题,通过实验验证了方法的优越性。文献[6]提出使用狼群优化算法搜索坐标节点,寻找无人机安全路径点,规避了威胁且代价较低,算法稳定性较强。

上述智能算法虽可快速规划出可行航迹,但未充分考虑无人机动力学模型,结果只具备粗略的引导作用。随着对无人机轨迹规划精细程度要求的提高,数值法<sup>[7]</sup>求解可得到位置、速度、角速度、姿态等变量,规划的最优解可为无人机飞行提供引导,导航制导难度下降,进而提升自主化能力。该方法包括两种求解思路:间接求解法和直接法。前者的解算流程复杂、计算量大,本文研究的重点是直接法。

直接法采用参数优化方法将连续最优控制问题转换为非线性规划问题,伪谱法作为新型直接法,成为国内外学者关注的热点<sup>[8]</sup>。该直接法包括 4 种类型:高斯(Gauss)型、拉道(Radau)型、勒让德(Legendre)型以及切比雪夫(Chebyshev)型。4 种类型的伪谱法区别在于所选的插值基函数和配点不同,文献[9]从精度和快速性对几种伪谱法进行比较,得出高斯伪谱法更具优势。美国海军研究院 ROSS 等<sup>[10]</sup>对勒让德伪谱法进行了理论论证与应用研究,开发出 DIDO 软件包,并成功应用于国际空间站的机动优化,进一步验证了伪谱法的可行性。文献[11]提出了一种基于伪谱的非线性最优轨迹规划解决方法,利用非线性规划解决了轨迹优化问题。文献[12]提出了一种基于 hp 自适应伪谱方法的多任务航天器航线优化问题的模糊规划法,采用分阶段串行求解方法实现了轨迹优化。文献[13]对四旋翼编队航迹规划问题进行了研究,采用了 hp 自适应 Gauss 伪谱法进行离散点的选取与优化求解,实现了轨迹功能。但目前已有文献大多对模型及环境进行大量简化,同时其求解时间往往需要数十秒甚至更长,成为制约伪谱法在工程应用的主要因素。

虽然当前对无人机轨迹规划算法进行了一些尝试,但仍存在较大局限性,主要体现在算法计算复杂程度较高,在保证结果高精度的要求下难以满足算法的快速性。目前,应用较多的智能算法具有通用性强、搜索效率高、迭代公式和算法规则简单、易于仿真实现等优点,但并未考虑无人机动力学与运动学之间的强耦合关系,只能求解出位置信息,无法作为飞控系统的直接参考指令。而基于高斯伪谱法求解轨迹规划问题虽然能够处理动力学约束以及环境约束等问题,得到多维高精度解,包括位置、速度、姿态、角速度、控制量等,但求解速度较慢、耗时长。针对目前存在的问题,提出了使用粒子群算法结合高斯伪谱法的多无人机协同轨迹规划算法。在综合考虑无人机机动性能、环境约束和协同关系约束的基础上,首先使用粒子群算法快速求解出初始三维航迹点,再根据无人机的速度约束,为无人机系统分配合理到达时间,据此对粒子群规划结果做多项式拟合,并以此作为高斯伪谱法的初始参考值输入。该方法在保证求解精度的情况下,大大提升了算法的快速性,最后通过仿真实验验证了改进算法的优越性。

## 1 问题描述与模型建立

### 1.1 轨迹规划问题描述

求解飞行轨迹首先要由状态量和控制量完成建模,而后进行求解使设计的指标函数最小,即找到最优解。指标函数<sup>[14]</sup>通常选择波尔扎型,具体表达式为

$$J = \Phi[x(t_0), t_0, x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[x(t), u(t), t] dt, \quad (1)$$

式中： $x(t) \in R^n$  表示当前状态值； $t_0$  表示起飞时刻； $t_f$  表示此时任务完成； $L$  表示系统动态性能值； $\Phi$  表示边界性能值。遵循以下等式关系：

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t], \quad t \in [t_0, t_f], \quad (2)$$

边界条件：

$$\Phi[x(t_0), t_0, x(t_f), t_f] = 0, \quad (3)$$

路径约束：

$$C[x(t), u(t), t] \leq 0. \quad (4)$$

以3架四旋翼无人机为研究对象。通过分析多无人机协同轨迹规划问题，将其转化为包含无人机动力学模型、环境与协同约束条件及性能指标的最优控制问题进行求解。

### 1.2 协同轨迹规划模型

#### 1.2.1 无人机动力学模型

首先做出如下假设<sup>[15]</sup>：1)将研究对象视为形状均匀且对称的刚体；2)无人机在风速较小的情况下低速飞行或悬停，即忽略近地效应。

四旋翼是典型的六自由度非线性欠驱动系统，通过改变4个旋翼的转速实现无人机的运动变化。故选取双坐标系作为量化基准。

1)机身坐标系  $O-XYZ$ ：坐标轴原点  $O$  置于机身重心处， $X$  轴沿重心指向1号电机， $Y$  轴从重心指向2号电机， $Z$  垂直于地面向上，构成右手坐标系，可描述无人机的姿态信息。

2)惯性坐标系  $o-xyz$ ：原点  $o$  置于地面， $x$  与  $y$  相互垂直且平行于地面，定义东方向为  $x$  轴正向， $z$  垂直于地面向上，满足右手直角正交系，可描述无人机相对地面的空间位置。双坐标系以及无人机的4个电机转向如图1所示。

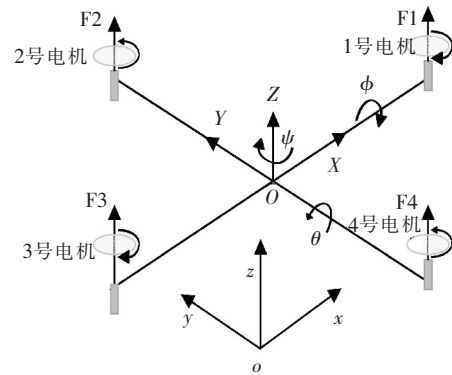


图1 坐标系

Fig.1 Reference frames

四旋翼的运动形式可分为沿轴平动和绕轴转动，使用12个变化的状态量来表示，包括位置坐标  $(x, y, z)^T$ 、沿轴速度  $(v_x, v_y, v_z)^T$ 、绕轴姿态  $(\phi, \theta, \psi)^T$  和绕轴角速度  $(p, q, r)^T$ 。根据上述状态变量可将四旋翼无人机的动力学模型表示为式(5)<sup>[16]</sup>，式中  $(x, y, z)$  表示无人机相对惯性坐标系的位置信息； $v_x, v_y, v_z$  为飞行器的速度沿惯性坐标轴进行分解的值； $m$  为飞行器的自身质量；当地重力加速度为  $g$ ； $U_1, U_2, U_3, U_4$  分别表示飞行器克服重力向上攀升的控制变量、滚转力矩控制变量、俯仰力矩控制变量及偏航力矩控制变量； $k_x, k_y, k_z$  为无人机相对于惯性坐标系的转动惯量。

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x, \\ \dot{y} = v_y, \\ \dot{z} = v_z, \\ \dot{v}_x = [U_1(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi)]/m, \\ \dot{v}_y = [U_1(\cos \phi \sin \theta \cos \psi - \sin \phi \sin \psi)]/m, \\ \dot{v}_z = [U_1 \cos \phi \cos \theta - mg]/m, \\ \dot{\phi} = p, \\ \dot{\theta} = q, \\ \dot{\psi} = r, \\ \dot{p} = [U_2 + qr(k_y - k_z)]/k_x, \\ \dot{q} = [U_3 + rq(k_z - k_x)]/k_y, \\ \dot{r} = [U_4 + pq(k_x - k_y)]/k_z. \end{cases} \quad (5)$$

### 1.2.2 环境与协同约束条件

#### 1) 边界约束

边界约束是对无人机飞行范围的限制,多架无人机于初始时刻  $t_0$  同时出发,在末端时刻  $t_f$  同时到达目标点,在飞行过程中满足边界约束<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} x_{\min} \leq x_i \leq x_{\max}, \\ y_{\min} \leq y_i \leq y_{\max}, \\ z_{\min} \leq z_i \leq z_{\max}, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad (6)$$

式中:  $x_i, y_i, z_i$  表示第  $i$  架无人机在惯性坐标系下的位置;  $x_{\min}, x_{\max}, y_{\min}, y_{\max}, z_{\min}, z_{\max}$  表示飞行空间的边界值。

#### 2) 四旋翼性能约束

四旋翼的机动性能取决于硬件属性,若规划结果超出飞行器的飞行能力,则会对其造成损坏,故对无人机设定速度范围、角度转动范围以及角速率范围,具体如式(7)所示<sup>[18]</sup>:

$$\begin{cases} |v_{xi}| \leq v_1, |v_{yi}| \leq v_2, |v_{zi}| \leq v_3, \\ |\phi_i| \leq \phi_{\lim}, |\theta_i| \leq \theta_{\lim}, |\psi_i| \leq \psi_{\lim}, \\ |p_i| \leq p_{\lim}, |q_i| \leq q_{\lim}, |r_i| \leq r_{\lim}, \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

式中:  $v_{xi}, v_{yi}, v_{zi}$  表示第  $i$  架飞行器沿 3 个轴的分速度;  $\phi_i, \theta_i, \psi_i$  表示第  $i$  架飞行器以地面为参考的姿态改变量;  $p_i, q_i, r_i$  分别为第  $i$  架飞行器 3 个姿态角转动速度;  $v_1, v_2, v_3$  表示速度的边界值;  $\phi_{\lim}, \theta_{\lim}, \psi_{\lim}$  表示姿态角的边界值;  $p_{\lim}, q_{\lim}, r_{\lim}$  表示角速度的边界值。

#### 3) 多机协同约束

为保证飞行安全,要求无人机之间的距离应大于最小安全距离,可表示为<sup>[19]</sup>

$$d > d_{\min}, \quad (8)$$

式中:  $d$  为无人机之间距离;  $d_{\min}$  为最小安全距离。

### 1.2.3 性能指标

从无人机协同飞行时效角度考虑,选择到达目标位置耗时最短为轨迹优化的性能指标。具体可表示为<sup>[20]</sup>

$$\min J = t_f. \quad (9)$$

## 2 改进高斯伪谱法轨迹规划

### 2.1 高斯伪谱法求解最优控制问题

将高斯伪谱法应用于求解多无人机编队协同轨迹规划问题中,也就是将其转换为非线性优化问题进行解算。具体步骤如下<sup>[21]</sup>。

1) 区间变换。高斯伪谱法将协同轨迹规划的时间从  $[t_0, t_f]$  做如下变换到区间  $[-1, 1]$  上:

$$\tau = \frac{2t - t_f + t_0}{t_f - t_0}, \quad t \in [t_0, t_f], \quad (10)$$

式中  $\tau$  表示变换结果。

2) 确定高斯求解点位置。点数为  $N$  时,求解点的位置是  $N$  维勒让德方程的根,该方程为

$$P_n(\tau) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d\tau^n} [(\tau^2 - 1)^n]. \quad (11)$$

3) 变量离散化。状态变量根据拉格朗日多项式进行近似离散:

$$\begin{cases} x(\tau_n) \approx X(\tau_n) = \sum_{i=1}^N L_i(\tau_n) X(\tau_i), \quad n = 1, 2, \dots, N, \\ L_i(\tau) = \prod_{j=1, j \neq i}^N \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j} = \frac{g(\tau)}{(\tau - \tau_i) \dot{g}(\tau)}, \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $x(\tau_n)$  为状态变量;  $X(\tau_n)$  为离散化状态变量;  $L$  为插值基函数;  $g(\tau) = (1 + \tau)P_n(\tau)$ 。

同理,控制量进行离散化:

$$u(\tau) \approx U(\tau) = \sum_{i=1}^N L_i(\tau) U(\tau_i), \quad (13)$$

式中:  $u(\tau)$  为改变飞行器状态的量;  $U(\tau)$  为离散后的结果。

4) 边界值求解。通过上述离散无法获得边界值, 需通过积分获取末端状态:

$$x(\tau_f) = x(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau_f} f(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau. \quad (14)$$

5) 多项式近似处理。根据离散的结果进行微分处理, 将控制问题转变为非线性规划的求解:

$$\dot{X}(\tau_n) = \sum_{i=0}^N \dot{L}_i(\tau_n) X(\tau_i) = \sum_{i=0}^N D_{mi} X(\tau_i), \quad (15)$$

式中  $D$  为对离散结果求微分后得到的权重矩阵。

6) 解算飞行器轨迹。使用序列二次规划算法计算出最优解。

## 2.2 改进高斯伪谱法

基于高斯伪谱法求解轨迹规划问题, 能够将其他方法难以处理的动力学约束以及环境约束等整合到求解框架中, 并得出高精度解。然而, 当约束较多, 变量之间耦合程度较高时, 往往难以解出可行解。此外, 高斯伪谱法对初值的选取较敏感, 初值的质量直接决定规划结果能否快速求得最优值以及求解最优值的时间长短。综合考虑粒子群航迹规划求解时间快, 以及伪谱法求解精度高的优点, 将两种方法进行结合, 取长补短, 提升算法的效率和精度。在考虑无人机机动性能、环境约束、协同约束因素以及求解精度的条件下, 大大提升了算法实现的快速性, 完成多无人机系统的快速高精度轨迹规划。

### 2.2.1 粒子群算法

粒子群算法是模拟鸟群搜索食物的方法, 假设在某  $D$  维存在可行解的范围内, 有  $m$  个表示待验证的解构成一组群体向量  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m]$ , 第  $i$  个粒子的信息可以表示为  $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$ , 其速度可以表示为  $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]^T$ 。算法先进行随机赋值, 进而通过迭代验证解的质量, 每一次迭代中, 单体通过向个体极值和群体极值进行信息学习, 再根据式(16)和式(17)不断更新自己的速度  $v_i$  和位置  $x_i$ :

$$v_i^{t+1} = \omega v_i^t + c_1 r_1 (p_i^t - x_i^t) + c_2 r_2 (p_g^t - x_i^t), \quad (16)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1}, \quad (17)$$

式中:  $\omega$  为惯性权重;  $c_1$  和  $c_2$  为 2 个学习因子;  $r$  表示  $(0, 1)$  之间的随机数。

对于使用粒子群算法求解约束优化问题, 约束条件的处理是解决问题的关键环节。罚函数法是解决该问题使用较为广泛的一种方法, 其求解的基本思想是把该约束优化问题中的等式及不等式约束函数进行加权处理再与原目标函数相加, 从而得到最终的目标函数, 把带有约束的优化问题转化为无约束的优化问题。粒子群算法根据约束条件设定惩罚函数, 粒子群算法的适应度函数包括求解目标函数以及惩罚函数, 并通过实验为每个惩罚函数设计合理权重。对于轨迹规划问题, 优化目标为路程最短, 则设定原目标函数为轨迹距离与起点和终点的直线距离之比。惩罚函数包括障碍代价、转弯角代价、高度代价、机间距代价等, 若满足约束要求则惩罚函数置 0, 否则将函数值置 1, 然后将粒子随机放置在可行区域内进行搜索, 根据速度更新式(16)和位置更新式(17)来改变粒子的速度和位置, 搜索出适应度函数最低的解, 最终输出规划结果。

### 2.2.2 粒子群算法结合高斯伪谱法

粒子群算法相对于其他算法具有算法通用性强、收敛速度快、迭代公式和算法规则简单、易于仿真实现等优点。但该算法是将无人机作为质点考虑, 忽略了无人机的运动学特性且求解结果只包含位置信息, 而高斯伪谱法可综合考虑无人机的物理特性及动力学方程, 规划结果包含高精度三维空间位置信息和处于该位置的时间、速度、姿态角及角速度信息, 能直接作为控制系统的参考指令。但高斯伪谱法计算量大, 求解时间较长, 求解成功与否很大程度上取决于初值的设定。根据两种算法的优缺点, 提出将两种算法进行结合的措施, 保留了粒子群算法的快速性和高斯伪谱法的精确性, 实现了算法效率上的提升。改进算法具体包括如下 3 部分。

1) 粒子群算法预规划 对无人机模型进行简化, 使用粒子群算法快速收敛到最优解附近, 粒子群算法的全局搜索能力较强, 求解速度较快, 虽精度不高但可为伪谱法提供有效的初值参考, 加快伪谱法寻优速度。

2) 航迹点拟合处理 高斯伪谱法的求解点集合分布不均匀, 中间点数较少, 两边点数较多。粒子群算法求解点一般为均匀划分, 无法直接应用于伪谱法, 若直接将粒子群规划的航迹点作为位置变量参考值输入,

反而会导致无法成功求解,故对解算出的航迹点做拟合处理,解决与伪谱法不兼容的问题,进而使伪谱法在最优解附近搜索,极大提升了求解速度。

3)带初值猜测的高斯伪谱法求解 高斯伪谱法本身具备高精度的优点,但求解维度较高、计算量大时,在整个搜索空间内搜索全局最优的能力是有限的,其成功与否很大程度取决于初值的选取。粒子群算法求解速度快、结果接近全局最优,将其作为初值选取的依据,利用高斯伪谱法进一步求解,可取得更高的计算效率并满足全局最优性。

改进算法的流程如下。

步骤 1:通过式(1)一式(9)设置问题求解模型、飞行器模型,并根据任务要求设定目标函数和飞行限制。

步骤 2:对粒子群算法进行参数设定,包括粒子总数、搜索次数以及最大速度等,并对粒子的位置、速度进行随机初始化,令粒子群算法的迭代次数  $e=1$ 。

步骤 3:进行迭代搜索,根据式(16)和式(17)更新速度与位置直至达到最大迭代次数,输出搜索结果。

步骤 4:将粒子群算法输出的结果进行三次多项式拟合,将算法切换至高斯伪谱法,将拟合结果作为高斯伪谱法的初值猜测输入,令伪谱法的迭代次数  $E=1$ 。

步骤 5:根据式(10)一式(15)完成伪谱时域转换以及变量离散化。

步骤 6:在粒子群算法规划结果的参考下进行轨迹解算。

步骤 7:判断解算结果的质量,若达到最优则退出算法,未达最优则向下运行。

步骤 8:判断是否到达最大迭代次数,若未到达转向步骤 5,否则向下执行。

步骤 9:求解完成,输出最优解。

图 2 给出了粒子群算法与高斯伪谱法相结合求解无人机轨迹的完整程序框图。

### 3 仿真实验与结果分析

针对提出的算法进行两组不同条件的仿真实验,并对结果进行分析。具体仿真环境:CPU 为 intel Corei5 处理器,主频 2.6 GHz,操作系统为 windows7 64 位,内存为 4 GB,在 Matlab R2016a 环境下使用 TOMLAB 工具箱实现轨迹规划。

#### 3.1 仿真约束条件及参数设定

设定两组仿真实验无人机的起点位置和终点位置,具体参数如表 1 所示。规定无人机的初始速度、姿态角及角速度均为 0,限制末端速度为 0 即保持悬停。设定最小安全距离  $d_{\min}=5$  m。

此外,障碍物统一用半球表示,在可飞范围内随机放置若干障碍物,具体参数如表 2 所示。

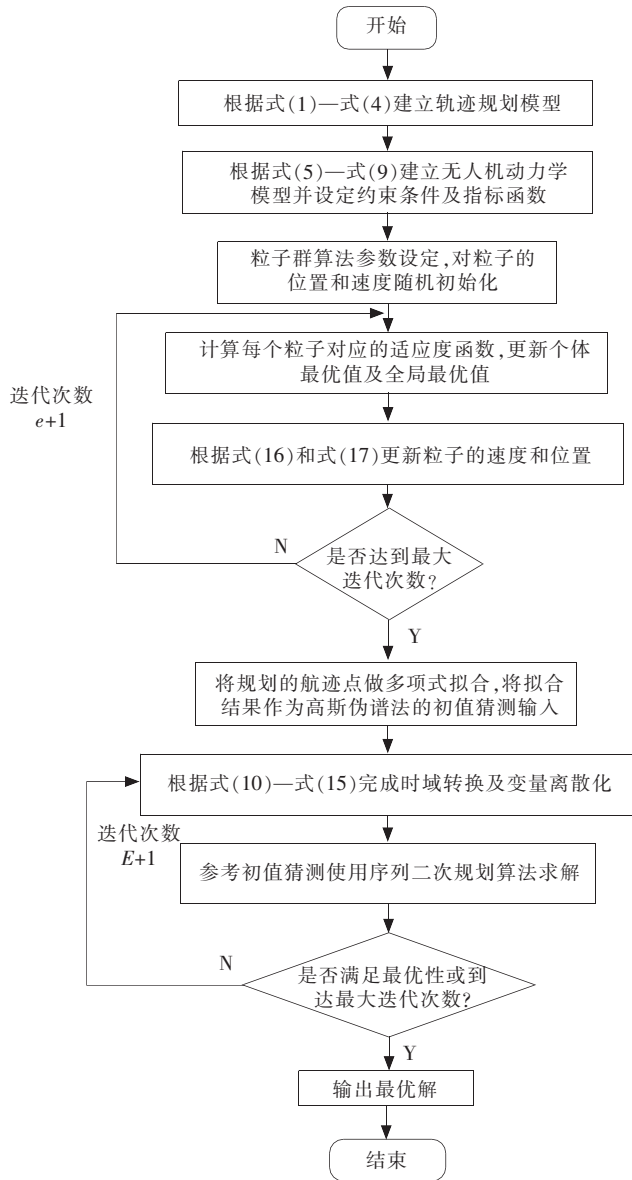


图 2 程序框图

Fig.2 Block diagram

表1 无人机起点与终点  
Tab.1 Table of start and end of UAVs

情形1 编号	起点坐标	终点坐标	情形2 编号	起点坐标	终点坐标
无人机 1	(8,70,2)	(200,70,30)	无人机 1	(0,150,2)	(300,170,35)
无人机 2	(8,100,2)	(200,60,20)	无人机 2	(0,75,2)	(300,160,25)
无人机 3	(8,130,2)	(200,70,10)	无人机 3	(0,0,2)	(300,160,35)

表2 障碍物参数  
Tab.2 Table of obstacles

编号	中心位置	威胁范围/m	编号	中心位置	威胁范围/m
情形1 障碍 1	(120,100,0)	37	情形1 障碍 6	(150,45,0)	22
情形1 障碍 2	(60,70,0)	30	情形2 障碍 1	(1 000,75,0)	45
情形1 障碍 3	(68,120,0)	18	情形2 障碍 2	(210,190,0)	50
情形1 障碍 4	(155,160,0)	25	情形2 障碍 3	(90,190,0)	50
情形1 障碍 5	(45,160,0)	25	情形2 障碍 4	(210,75,0)	60

仿真实验中对无人机的飞行区域加以约束,保证无人机未进入禁飞区内,并根据四旋翼的机动性能对其飞行速度、姿态角度和绕轴角速度设定约束范围,保证规划出的轨迹可作为控制系统的参考指令,具体参数设定如式(18)所示<sup>[13]</sup>:

$$\begin{cases} 0 \leq x_i \leq 200 \text{ m}, 0 \leq y_i \leq 200 \text{ m}, 0 \leq z_i \leq 50 \text{ m}, \\ |v_{x_i}| \leq 5 \text{ m/s}, |v_{y_i}| \leq 5 \text{ m/s}, |v_{z_i}| \leq 5 \text{ m/s}, \\ |\phi_i| \leq \pi/2, |\theta_i| \leq \pi/2, |\psi_i| \leq \pi/2, \\ |p_i| \leq 1.7 \text{ rad/s}, |q_i| \leq 1.7 \text{ rad/s}, |r_i| \leq 1.7 \text{ rad/s}. \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \quad (18)$$

四旋翼的质量  $m$  以及当地的重力加速度  $g$  均可直接获取,转动惯量  $k_x, k_y, k_z$  参考文献[13]中测量的数据,所有参数的具体数值为  $m = 0.625 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, k_x = 2.3 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, k_y = 2.4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2, k_z = 2.6 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,并得控制量范围:

$$\begin{cases} |U_{1i}| \leq 21.03 \text{ N}, \\ |U_{2i}| \leq 0.67 \text{ N} \cdot \text{m}, \\ |U_{3i}| \leq 0.67 \text{ N} \cdot \text{m}, \\ |U_{4i}| \leq 0.10 \text{ N} \cdot \text{m}. \end{cases} \quad i = 1, 2, 3. \quad (19)$$

### 3.2 仿真结果与分析

首先使用粒子群算法进行 100 次蒙特卡洛航迹预规划实验,将无人机看作质点,忽略动力学模型进行轨迹规划可快速得到如图 3 所示结果。两种情形下,粒子群算法运行总时间均为 2 s 左右,时间较短。图中靠近  $y$  轴的圆点表示 3 架无人机的起始位置(下同);图 3 a)中 6 个大小不同的半球表示在无人机可飞区域内,随机设定的不可穿越的障碍物,同理,情形 2 中也设定了 4 个障碍物,以情形 1 为例进行分析,其代价均值为 1.586 9,方差为 0.270 3。粒子群算法存在过早收敛和易陷入局部最优的缺点,故选择最优结果作为高斯伪谱法的初值参考值。图 4 所示为使用基本高斯伪谱法进行轨迹规划求解,情形 1 的规划结果虽然实现了对障碍物的规避,3 条航线未出现明显的交叉,但整体平滑性较差,总体航程较远且存在较多转弯,无人机跟踪该轨迹难度较大。情形 2 的规划结果均失败,3 条轨迹未能避开设置的障碍物,其结果无法作为参考指令进行跟踪,说明基本高斯伪谱法求解复杂优化问题时有明显不足。

图 5 为两种情形下改进高斯伪谱法规划结果,两种情形下的求解轨迹平滑性较好,满足约束条件且成功规避了障碍物。图 6 所示将改进后的高斯伪谱法与粒子群算法规划结果做出对比,二者高度吻合,说明粒子群预规划对伪谱法性能提升的有效性。

由于篇幅问题,仅对情形 1 进行详细分析,仿真规划使用 32 个配点,输出的三维航迹图可看出改进高斯伪谱法规划出的轨迹成功规避障碍,平滑性较好,轨迹质量明显优于基本高斯伪谱法规划结果,且总体轨迹

与粒子群规划结果高度吻合,说明粒子群算法初值猜测的有效性,由两种算法的航迹对比图可明显看出改进算法的规划结果更优。此外,由表 3 所示的性能对比得知在仿真环境复杂的情况下,基本算法规划结果不满足最优性,且求解所用次数为最大迭代次数 34 170 次,即未成功求解;改进伪谱法仅用 2 142 次迭代规划出满足约束条件的最优解,且求解时间及性能指标均优于基本高斯伪谱法,进一步说明了高斯伪谱法初值选取对最优性的影响,验证了改进算法在收敛速度、全局搜索能力以及精度等方面均优于基本高斯伪谱法。

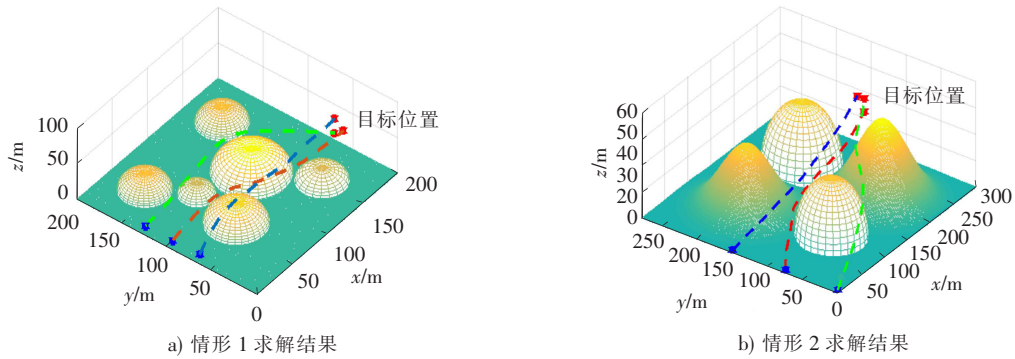


图 3 粒子群算法轨迹规划结果  
Fig.3 PSO trajectory planning results

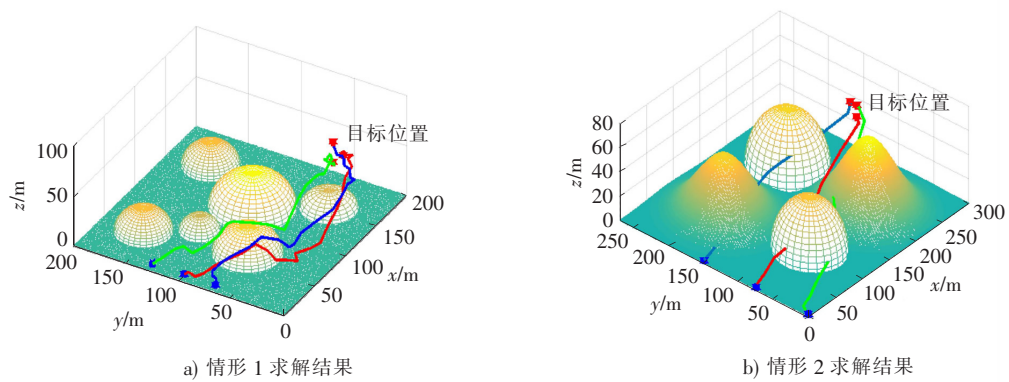


图 4 基本高斯伪谱法轨迹规划结果  
Fig.4 Trajectory planning results of basic pseudospectral method

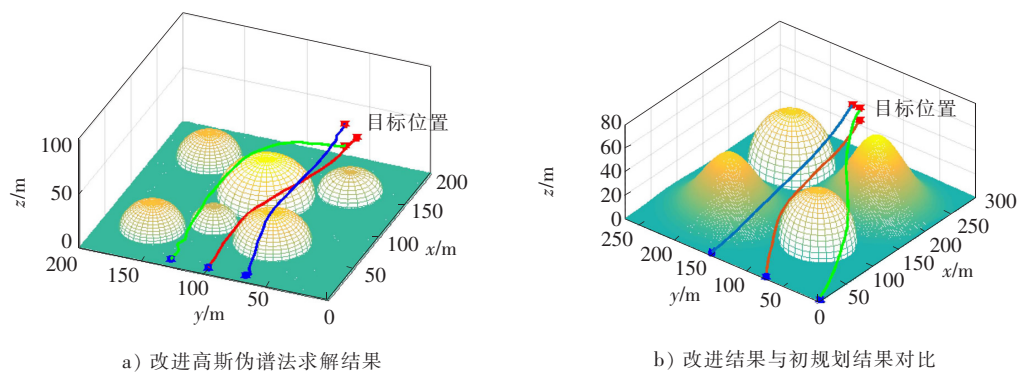


图 5 改进高斯伪谱法轨迹规划结果  
Fig.5 Trajectory planning results of improved pseudospectral method



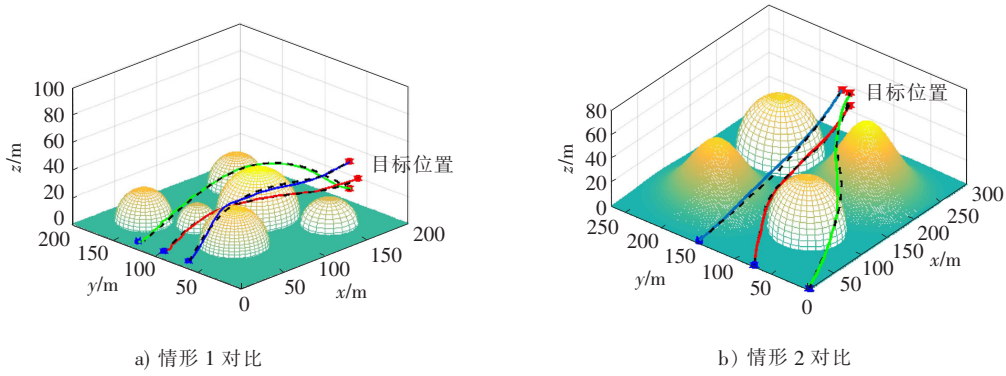


图6 轨迹对比结果

Fig.6 Trajectory comparison result

表3 情形1性能对比

Tab.3 Performance comparison under condition 1

指标	最优性	迭代次数	求解时间/s	优化时间/s
基本算法	不满足	34 170	89	50
改进算法	满足	2 142	23	42

仿真实验以3架无人机同时到达目标点所用时间最短为优化指标,改进伪谱法规划结果为无人机同时起飞,飞行42s后同时达到预期目的地,图7—图10分别给出无人机之间相对距离、3架无人机位置、速度以及4个控制量随时间变化的详细信息。

图7为飞行过程中,3架无人机之间的相对距离变化曲线,可看出任意2架飞行器之间距离时刻不小于设定的最小安全距离5m,保证无人机不会被干扰及碰撞。图8所示的位置数据可看出3架飞行器均符合限制要求,对比图中起点、终点和任务目标,二者高度吻合误差较小,且飞行轨迹未出现跳变和大幅度波动,说明规划的路径较为平滑。图9所示为飞行器的速率数据,波动范围均在设计的限制内,仅在飞行初段有小幅度改变,中后期速度基本保持稳定,跟踪难度较小。

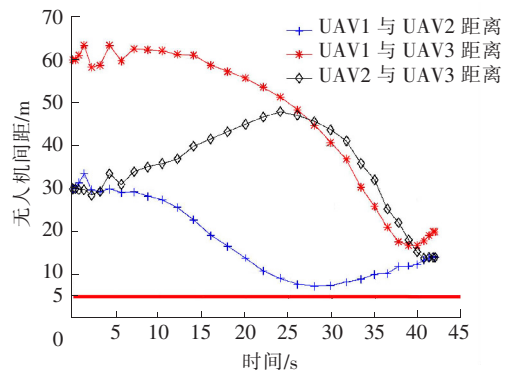


图7 3架无人机相对距离

Fig.7 Relative distance of three UAVs

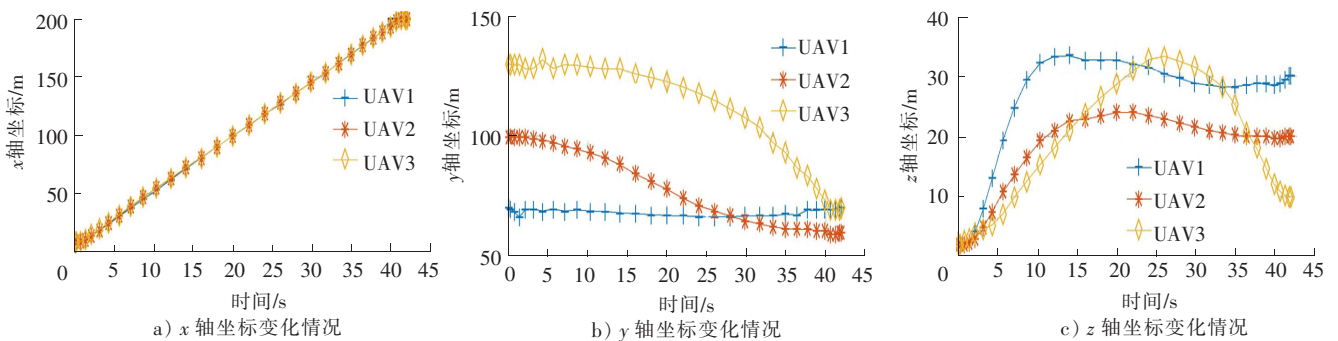


图8 3架无人机位置信息

Fig.8 Location of three UAVs

图10为飞行器的控制量变化曲线,以控制量1为例,设定的范围是小于21.03,图中峰值为13,满足要求,同理其他量均满足要求,可直接作为引导飞行的控制量输入到控制器中,简化控制器的设计。

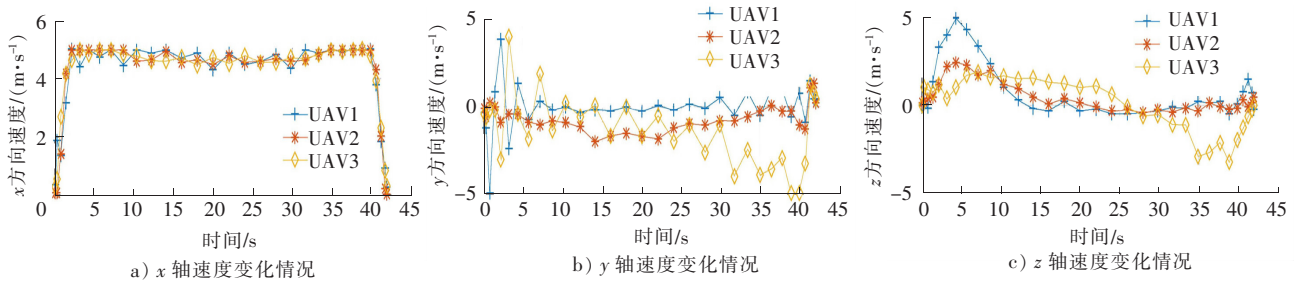


图 9 3 架无人机速度信息  
Fig.9 Velocity of three UAVs

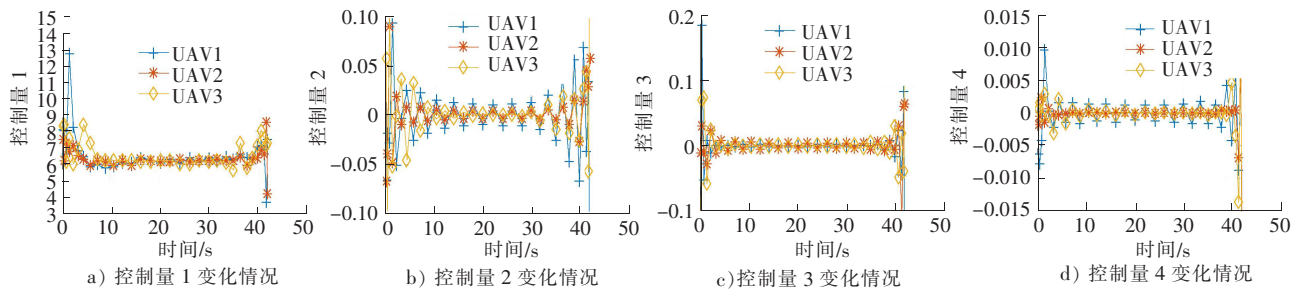


图 10 3 架无人机控制量信息  
Fig.10 Detailed controlled quantity of three UAVs

### 4 结 语

基本高斯伪谱法规划出的无人机轨迹耗时较长,且在复杂环境下难以保证求解结果的最优性,故提出了一种基于改进高斯伪谱法的多无人机协同轨迹规划方法。引入了快速性较好的粒子群算法进行航迹预规划,针对高斯伪谱法配点的相对位置选取,将其结果做拟合处理后,作为伪谱法的初值输入,通过多无人机协同轨迹规划仿真实验,综合考虑无人机机动性能、环境约束和协同关系。仿真实验说明,改进伪谱法可有效提升计算能力,加快收敛速度并保证解的质量。本研究虽然提高了求解效率,但尚未实现真正在线规划,下一步将主要探索大规模无人机轨迹规划和突发威胁情况下的实时应对策略,并将算法应用于硬件平台上。

### 参考文献/References:

[1] 沈林成,牛轶峰,朱华勇.多无人机自主协同控制理论与方法[M].北京:国防工业出版社,2013.

[2] 甄然,甄士博,吴学礼.一种基于人工势场的无人机航迹规划算法[J].河北科技大学学报,2017,38(3):278-284.  
ZHEN Ran, ZHEN Shibo, WU Xueli. An improved route planning algorithm for unmanned aerial vehicle based on artificial potential field [J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2017, 38(3): 278-284.

[3] 陈侠,艾宇迪,梁红利.基于改进蚁群算法的无人机三维航迹规划研究[J].战术导弹技术,2019(2):59-66.  
CHEN Xia, AI Yudi, LIANG Hongli. Research on three-dimensional path planning of UAV based on improved ant colony algorithm[J]. Tactical Missile Technology, 2019(2): 59-66.

[4] 于鸿达,王从庆,贾峰,等.一种基于差分进化混合粒子群算法的多无人机航迹规划[J].电光与控制,2018,25(5):22-25.  
YU Hongda, WANG Congqing, JIA Feng, et al. Path planning for multiple UAVs based on hybrid particle swarm optimization with differential evolution[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(5): 22-25.

[5] CONTRERAS-CRUZ M A, AYALA-RAMIREZ V, HERNANDEZ-BELMONTE U H. Mobile robot path planning using artificial bee colony and evolutionary programming[J]. Applied Soft Computing, 2015, 30:319-328.

[6] ZHANG Sen, ZHOU Yongquan, LI Zhiming, et al. Grey wolf optimizer for unmanned combat aerial vehicle path planning[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 99:121-136.

[7] GONG Qi, FAHROO F, ROSS I M. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(3): 460-471.

[8] FAHROO F, ROSS I M. Advances in pseudospectral methods for optimal control[C]//Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference and Exhibit.[S.l.]:[s.n.],2008.doi:10.2514/6.2008-7309.

- [9] FAHROO F, ROSS I M. On discrete-time optimality conditions for pseudospectral methods[C]//AIAA/ AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit. [S.l.]:[s.n.],2006.doi:10.2514/6.2006-6304.
- [10] ROSS I M, SEKHAVAT P, FLEMING A, et al. Optimal feedback control: Foundations, examples, and experimental results for a new approach[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(2):307-321.
- [11] ZHANG Limin, GAO Haitao, CHEN Zengqiang, et al. Multi-objective global optimal parafoil homing trajectory optimization via Gauss pseudospectral method[J]. Nonlinear Dynamics, 2013, 72(1/2):1-8.
- [12] CHAI R, SAVVARIS A, TSOURDOS A. Fuzzy physical programming for Space Maneuver Vehicles trajectory optimization based on hp-adaptive pseudospectral method[J]. Acta Astronautica, 2016, 123:62-70.
- [13] ZHANG Boyuan, ZONG Qun, LU Hanchen, et al. Trajectory optimization of quad-rotor UAV formation using hp-adaptive pseudo-spectral method[J]. Scientia Sinica Technologica, 2017, 47(3): 239-248.
- [14] 杨希祥, 杨慧欣, 王鹏. 伪谱法及其在飞行器轨迹优化设计领域的应用综述[J]. 国防科技大学学报, 2015, 37(4):1-8.  
YANG Xixiang, YANG Huixin, WANG Peng. Overview of pseudospectral method and its application in trajectory optimum design for flight vehicles[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2015, 37(4):1-8.
- [15] ZHANG Wan, ZHANG Yao, LI Wenbo, et al. Path planning for rapid large-angle maneuver of satellites based on the Gauss pseudospectral method[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016: 1081267.
- [16] 王丹. 基于DMOC的四旋翼飞行器轨迹优化与控制算法研究[D]. 北京:北京理工大学, 2015.  
WANG Dan. A DMOC-based Research on Trajectory Optimization and Control Algorithm[D]. Beijing:Beijing Institute of Technology, 2015.
- [17] 张煜, 张万鹏, 陈璟, 等. 基于 Gauss 伪谱法的UCAV对地攻击武器投放轨迹规划[J]. 航空学报, 2011, 32(7): 1240-1251.  
ZHANG Yu, ZHANG Wanpeng, CHEN Jing, et al. Air-to-ground weapon delivery trajectory planning for UCAVs using Gauss pseudospectral method[J]. Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica, 2011, 32(7): 1240-1251.
- [18] HAN Peng, SHAN Jiayuan, MENG Xiuyun. Re-entry trajectory optimization using a multiple-interval Radau pseudospectral method[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2013, 22(1):20-27.
- [19] AHMED S, MOHAMED A, HARRIS K, et al. Energy efficient path planning techniques for UAV-based systems with space discretization[C]//2016 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Doha: IEEE, 2016:1-6.
- [20] CHAI R, SAVVARIS A. Violation learning differential evolution-based hp-adaptive pseudospectral method for trajectory optimization of space maneuver vehicle[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(4): 2031-2044.
- [21] 杨希祥, 张为华. 基于 Gauss 伪谱法的固体运载火箭上升段轨迹快速优化研究[J]. 宇航学报, 2011, 32(1): 15-21.  
YANG Xixiang, ZHANG Weihua. Rapid optimization of ascent trajectory for solid launch vehicle based on Gauss pseudospectral method [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(1): 15-21.

## 向本期载文的审稿专家致谢

本期《河北科技大学学报》共发表论文10篇。这些论文的发表是与有关专家的认真审读、细查资料、推敲分析、中肯评价分不开的。对此,本编辑部特向这些专家表示敬意,对他们的辛勤劳动表示感谢。本期载文的审稿专家名单如下(按姓名的汉语拼音顺序排列):

丁惜瀛 方修睦 郭景峰 敬霖 李风雷 李建武 李勇  
刘丙强 石红梅 史永堂 田丽梅 王家喜 王庆红 王新华  
武文俊 张红颖 张进华 赵伟荣 赵中英