

基于广义 $\sigma-N$ 曲面的剩余寿命预测模型

安宗文,白学宗,高建雄

(兰州理工大学机电工程学院,甘肃兰州 730050)

摘要:为研究随机载荷作用下结构剩余寿命的变化规律,首先从载荷作用的统计学意义出发,根据顺序统计量(最大顺序统计量和最小顺序统计量)的性质,得到最大应力与最小应力的联合概率分布函数;然后以广义 $\sigma-N$ 曲面方程为基础,考虑载荷作用次数对疲劳寿命的影响,建立了最小应力、最大应力和剩余寿命之间的关系式,即 $\sigma_{\min}(n)-\sigma_{\max}(n)-N_r(n)$ 曲面模型;最后通过具体工程实例对所建模型的有效性进行了验证和分析。结果表明:该模型能够有效反映最大应力和最小应力共同影响下结构剩余寿命随载荷作用次数的变化规律,为结构的寿命预测及可靠性评估提供了理论依据。

关键词: 概率分布;疲劳;剩余寿命; $\sigma-N$ 曲面;顺序统计量;可靠性

中图分类号: TB114.3 **文献标志码:** A

A residual life prediction model based on the generalized $\sigma-N$ curved surface

AN Zongwen, BAI Xuezhong, GAO Jianxiong

(School of Mechatroni Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: In order to investigate change rule of the residual life of structure under random repeated load, firstly, starting from the statistic meaning of random repeated load, the joint probability density function of maximum stress and minimum stress is derived based on the characteristics of order statistic (maximum order statistic and minimum order statistic); then, based on the equation of generalized $\sigma-N$ curved surface, considering the influence of load cycles number on fatigue life, a relationship among minimum stress, maximum stress and residual life, that is the $\sigma_{\min}(n)-\sigma_{\max}(n)-N_r(n)$ curved surface model, is established; finally, the validity of the proposed model is demonstrated by a practical case. The result shows that the proposed model can reflect the influence of maximum stress and minimum stress on residual life of structure under random repeated load, which can provide a theoretical basis for life prediction and reliability assessment of structure.

Keywords: probability distribution; fatigue; residual life; $\sigma-N$ curved surface; order statistic; reliability

疲劳破坏是工程结构和机械设备常见的失效形式之一。据统计,在各种机械结构的破坏中,疲劳破坏占 50%~90%^[1]。随着机械设备向大型化、复杂化和高温、高速使用环境的方向发展,由疲劳破坏而引发的断

收稿日期:2015-12-09;修回日期:2015-12-31;责任编辑:张 军

基金项目:国家自然科学基金(51265025)

作者简介:安宗文(1968—),男,甘肃景泰人,教授,博士生导师,主要从事机械结构可靠性设计理论及相关系统可靠性建模方面的研究。

E-mail:anzongwen@163.com

安宗文,白学宗,高建雄.基于广义 $\sigma-N$ 曲面的剩余寿命预测模型[J].河北科技大学学报,2016,37(3):213-219.

AN Zongwen, BAI Xuezhong, GAO Jianxiong. A residual life prediction model based on the generalized $\sigma-N$ curved surface[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2016, 37(3): 213-219.

裂失效事故更是层出不穷。因此,为防止灾难性破坏事故的发生,关于疲劳破坏问题的研究引起了极大关注,其中重点为疲劳寿命预测^[2-4]。

名义应力法是最早被提出并使用的抗疲劳设计方法,它以材料或结构的 $\sigma-N$ 曲线为基础,根据结构危险部位的应力集中系数及名义应力,运用累积损伤理论,对结构的疲劳寿命进行预测^[5]。迄今为止,名义应力法仍然是工程界最广泛采用的抗疲劳设计方法^[6]。

由于疲劳问题的复杂性,考虑多种因素的综合影响,要对结构的疲劳寿命做出较为精确的预测,就需要选择合适的寿命预测模型^[7-9]。事实上,结构在随机载荷的作用过程中,其所承受的应力幅值和应力均值都是随机变化的。同时,大量工程实践表明:结构的疲劳寿命和疲劳损伤是由应力幅值和应力均值2个随机变量共同控制的,而传统的名义应力法只考虑了应力幅值的随机变化对疲劳寿命造成的影响,其预测结果难免有失偏颇^[10-11]。

许多学者对应力幅值和应力均值共同影响下结构的疲劳寿命预测问题进行了研究。张书明等^[12]考虑应力幅值和应力均值的共同作用,构建了沃克尔(Walker)型裂纹扩展寿命的 $\sigma_a-\sigma_m-N^*$ 广义断裂性能曲面,并讨论了该广义断裂性能曲面的测定与拟合方法;阎楚良等^[13]利用 $\sigma-N$ 曲线方程和等寿命曲线,建立了应力幅值、应力均值和疲劳寿命的关系式(即广义 $\sigma-N$ 曲面方程),并以此作为疲劳寿命估算和疲劳可靠性设计的依据;廖强等^[14]基于Goodman型等寿命曲线和Gerber型等寿命曲线,分别建立了相应的广义 $\sigma-N$ 曲面方程,并结合Miner累积损伤理论对涡轮盘的疲劳寿命进行了预测。熊峻江等^[15]考虑应力幅值和应力均值对疲劳寿命的影响,提出了广义疲劳等寿命曲线 $P-\sigma_a-\sigma_m$,并以此为基础推导出了二维疲劳极限的概率分布。倪侃等^[16]基于损伤力学理论,建立了等幅加载下个体的 $D-\sigma_a-\sigma_m-N$ 等损伤曲面,推导出二维个体Miner准则,并用测度论给出了证明。

为研究随机载荷多次作用时结构剩余寿命的变化规律,本文以广义 $\sigma-N$ 曲面为基础,从载荷作用的统计学意义出发,根据顺序统计量的性质,建立了最小应力、最大应力和剩余寿命之间的关系式(即 $\sigma_{\min}(n)-\sigma_{\max}(n)-N_r(n)$ 曲面方程模型)。该模型为随机载荷多次作用下结构的剩余寿命预测及可靠性评估提供了理论依据。

1 广义 $\sigma-N$ 曲面方程

1.1 $\sigma-N$ 曲线和等寿命曲线

对于材料的疲劳问题,最基本同时也是很有效的研究是 $\sigma-N$ 曲线^[17],它描述的是循环应力 $\sigma(\sigma_a$ 或 $\sigma_{\max})$ 与失效循环数(疲劳寿命) N 之间的对应关系。

$\sigma-N$ 曲线作为结构疲劳寿命预测的基础,是用一组标准试样(一般为7~10个),在给定的应力比 r 下,施加不同的循环应力 σ 进行疲劳试验,记录相应的疲劳寿命 N ,通过拟合 (σ, N) 数据便可得到材料的 $\sigma-N$ 曲线。描述材料 $\sigma-N$ 曲线最常用形式是如式(1)所示的幂函数式^[18]。

$$\sigma_{\max}^m \cdot N = C, \quad (1)$$

式中: m 和 C 是与材料应力比、加载方式等有关的参数。

反映材料疲劳性能的基本 $\sigma-N$ 曲线是在应力比 $r=-1$ (即平均应力为零)的对称循环加载条件下获得的。事实上,大多数工程结构在实际运行过程中所承受的应力均值并不为零,若要考虑平均应力(或应力比)的变化对材料疲劳性能的影响,就需要用到等寿命曲线。

人们通过对大量疲劳试验数据的统计分析,提出了多种经验性等寿命曲线方程,如Goodman直线方程、Gerber抛物线方程和Soderberg直线方程等,如图1所示。

图中:横坐标轴 σ_m 为平均应力,纵坐标轴 σ_a 为应力幅值, σ_s 为材料的屈服强度, σ_b 为材料的断裂静强度, σ_{-1} 为对称循环下材料的强度极限。

由图1可知,Soderberg直线模型过于保守,Gerber抛物线

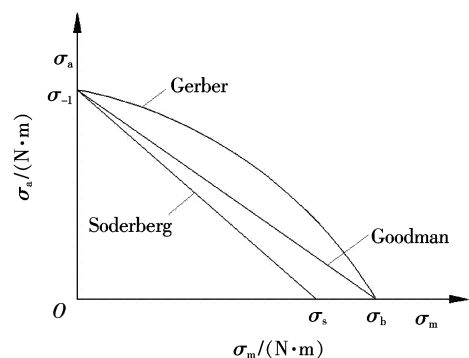


图1 等寿命曲线

Fig. 1 Constant life curve

模型偏于危险,而 Goodman 直线模型相对比较合适。Goodman 直线模型的函数表达式如式(2)所示。

$$\sigma_a = \sigma_{-1} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_b}\right), \quad (2)$$

式中: σ_b 为材料的断裂静强度; σ_{-1} 为材料的对称循环下材料的强度极限。

根据式(2)所示的 Goodman 直线模型,在已知材料的强度极限 σ_b 和基本 $\sigma-N$ 曲线时,便可对材料在不同平均应力(或应力比)下的疲劳性能进行评估。

1.2 广义 $\sigma-N$ 曲面

结构在服役过程中常受随机循环载荷的作用,其疲劳寿命与应力幅值和平均应力有关。描述材料疲劳性能的广义 $\sigma-N$ 曲面,能够很好地反映应力幅值和应力均值共同影响下结构的疲劳寿命问题,其构建过程如下:

在应力幅值 σ_a 和应力比 r 已知的情况下,最大应力 σ_{\max} 和平均应力 σ_m 可分别表示为

$$\sigma_{\max} = \frac{2\sigma_a}{1-r}, \quad (3)$$

$$\sigma_m = \left(\frac{1+r}{1-r}\right)\sigma_a, \quad (4)$$

将式(3)代入式(1),可得:

$$\left(\frac{2\sigma_a}{1-r}\right)^m N = C, \quad (5)$$

对式(5)进行变换,可得:

$$\sigma_a = \frac{(1-r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}{2}, \quad (6)$$

将式(6)代入式(4),可得:

$$\sigma_m = \frac{(1+r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}{2}, \quad (7)$$

将式(6)和式(7)代入式(2),可得:

$$\sigma_{-1} = \frac{\sigma_b(1-r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}{2\sigma_b - (1+r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}, \quad (8)$$

将式(8)代入式(2),可得:

$$\sigma_a = \frac{(\sigma_b - \sigma_m)(1-r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}{2\sigma_b - (1+r)\left(\frac{C}{N}\right)^{\frac{1}{m}}}, \quad (9)$$

对式(9)进行变换,可得:

$$N = \frac{C}{\left[\frac{2\sigma_a\sigma_b}{(1+r)\sigma_a + (1-r)(\sigma_b - \sigma_m)}\right]^m}, \quad (10)$$

式(10)即为描述材料疲劳性能的广义 $\sigma-N$ 曲面方程。

2 $\sigma_{\min}(n)-\sigma_{\max}(n)-N_r(n)$ 曲面模型

2.1 顺序统计量

顺序统计量(或称次序统计量)是数理统计学中广泛应用的一类统计量。设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自同一随机变量母体的一组样本观测值,母体的累积分布函数为 $F(x)$, 概率密度函数为 $f(x)$ 。将样本观测值按从小到大递增顺序排列,即 $X_{(1)} < X_{(2)} < X_{(3)} < \dots < X_{(n)}$, 则称 $(X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}, \dots, X_{(n)})$ 为 (X_1, X_2, \dots, X_n) 的顺序统计量^[19]。 $X_{(k)}$ 称为第 k 个顺序统计量,其概率密度函数为

$$g_k(x) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} [F(x)]^{k-1} [1-F(x)]^{n-k} f(x), \quad (11)$$

其中 $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 和 $X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 分别称为最小顺序统计量和最大顺序统计量, 其对应的概率密度函数分别为

$$g_1(x) = n[1 - F(x)]^{n-1} f(x), \quad (12)$$

$$g_n(x) = n[F(x)]^{n-1} f(x), \quad (13)$$

任意 2 个顺序统计量 $X_{(k)}$ 和 $X_{(j)}$ 的联合概率密度函数 $g(x_k, x_j)$ 为

$$g(x_k, x_j) = \frac{n! [F(x_k)]^{k-1} [F(x_j) - F(x_k)]^{j-1-k} [1 - F(x_k)]^{n-j} f(x_k) f(x_j)}{(k-1)! (j-1-k)! (n-j)!}, \quad (14)$$

特别的, 当 $k=1, j=n$ 时, 最大顺序统计量与最小顺序统计量的联合概率密度函数为

$$g(x_1, x_n) = \frac{n! [F(x_n) - F(x_1)]^{n-2} f(x_1) f(x_n)}{(n-2)!} = n(n-1)[F(x_n) - F(x_1)]^{n-2} f(x_1) f(x_n). \quad (15)$$

2.2 $\sigma_{\min}(n) - \sigma_{\max}(n) - N_r(n)$ 曲面方程

文献[13]中提到, 当载荷谱为雨流计数法获得的 σ_a 和 σ_m 联合分布时, 可直接利用式(10)所示的广义 $\sigma-N$ 曲面方程, 进行疲劳寿命估算或疲劳可靠性设计。然而, 由于受到技术及经济条件的限制, 在实际工程中, 利用雨流计数法只能获得关于应力幅值 σ_a 和平均应力 σ_m 有限的试验数据, 基于这些数据一般也只能获得 σ_a 和 σ_m 的边缘分布函数。根据概率论的知识可知, 除了变量的联合分布函数是多维正态分布外, 根据随机变量的边缘分布不能唯一确定随机变量的联合概率分布函数。因此, 由于不能精确确定 σ_a 和 σ_m 的联合分布, 式(10)在实际的工程应用中受到很大限制。其实, 最小应力 σ_{\min} 和最大应力 σ_{\max} 的联合分布可以根据最小顺序统计量和最大顺序统计量的联合分布来确定, 如式(15)所示, 该式能够反映联合分布随载荷作用次数的变化规律。为此, 本文首先将应力幅值 σ_a 和平均应力 σ_m 对疲劳寿命的影响等价地转化为最小应力 σ_{\min} 和最大应力 σ_{\max} 对疲劳寿命的影响。然后根据顺序统计量的性质得到最小应力 σ_{\min} 与最大应力 σ_{\max} 的联合分布函数。最后得到描述材料疲劳性能的广义 $\sigma_{\min}(n) - \sigma_{\max}(n) - N_r(n)$ 曲面方程。具体过程如下。

在最大应力 σ_{\max} 和最小应力 σ_{\min} 已知的情况下, 应力幅值 σ_a 和平均应力 σ_m 可分别表示为

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}, \quad (16)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(10), 可得:

$$N = \frac{C}{\left[\frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})\sigma_b}{r\sigma_{\max} - \sigma_{\min} + (1-r)\sigma_b} \right]^m}. \quad (18)$$

根据顺序统计量的性质, 最大应力 σ_{\max} (对应最大顺序统计量) 与最小应力 σ_{\min} (对应最小顺序统计量) 随载荷作用次数 n 的变化而变化。因此, 疲劳寿命 N 也随载荷作用次数的变化而变化。故式(18)实际上是一个动态模型, 可改写为

$$N_r(n) = \frac{C}{\left\{ \frac{[\sigma_{\max}(n) - \sigma_{\min}(n)]\sigma_b}{r\sigma_{\max}(n) - \sigma_{\min}(n) + (1-r)\sigma_b} \right\}^m}, \quad (19)$$

式中 $\sigma_{\max}(n)$, $\sigma_{\min}(n)$ 和 $N_r(n)$ 分别表示载荷作用 n 次时的最大应力、最小应力和剩余寿命。

设应力的概率密度函数为 $f_\sigma(\sigma)$, 累积分布函数为 $F_\sigma(\sigma)$ 。若记 $x_1 = \sigma_{\min}(n) = \sigma_1$, $x_n = \sigma_{\max}(n) = \sigma_n$, 根据式(12)和式(13), 可分别得到最小应力 $\sigma_{\min}(n)$ 和最大应力 $\sigma_{\max}(n)$ 的概率密度函数:

$$g_1(\sigma_1) = n[1 - F_\sigma(\sigma_1)]^{n-1} f_\sigma(\sigma_1), \quad (20)$$

$$g_n(\sigma_n) = n[F_\sigma(\sigma_1)]^{n-1} f_\sigma(\sigma_n), \quad (21)$$

根据式(15), 可得最大应力与最小应力的联合概率密度函数:

$$g[\sigma_1, \sigma_n] = n(n-1)[F_\sigma(\sigma_n) - F_\sigma(\sigma_1)]^{n-2} f_\sigma(\sigma_1) f_\sigma(\sigma_n). \quad (22)$$

由式(22)可知, 最小应力和最大应力的联合概率密度函数随载荷作用次数 n 的变化而变化, 该式能够反映载荷特征随作用次数的变化规律。

3 实例分析

某转动轴,材料为热轧 16Mn 合金钢,全功率运转时的受力如图 2 所示,经实测作用于轴的载荷 $F_1 = (607.4 \pm 30)N$,扭矩 $M_T = (133 \pm 27)N \cdot m$,安装误差产生的载荷 $F_2 = 13.3 N$,轴质量 $F_3 = 11.08 N$ 。轴的设计参数为直径 $d = (16 \pm 0.21)mm$,轴肩处的圆角半径 $R = 3.2 mm^{[20]}$ 。

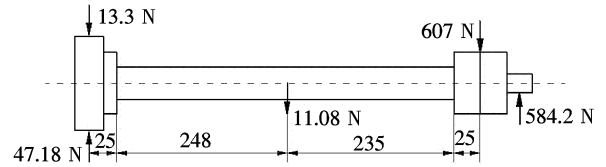


图 2 转子轴结构图

Fig. 2 Structure diagram of rotor shaft

3.1 轴在危险截面处的应力分布参数

根据图 2,由力学模型计算得到危险截面上弯矩的均值和标准差分别为 $\mu_{M_n} = 14.1 N \cdot m$, $\sigma_{M_n} = 0.189 N \cdot m$ 。

危险截面上扭矩的均值和标准差分别为

$$\mu_{M_c} = \sqrt{14.1^2 + (0.59 \times 113)^2} = 68.145 N \cdot m,$$

$$\sigma_{M_c} = \frac{\sqrt{0.189^2 \times 14.1^2 + 0.59^2 \times 113^2 \times 9^2}}{68.145} = 8.905 N \cdot m.$$

进一步,可得到应力的均值和标准差分别为

$$\mu_\sigma = \frac{32 \times 68.145}{16^3 \pi} = 169.55 MPa,$$

$$\sigma_\sigma = \frac{32}{\pi} \sqrt{\frac{8.905^2}{16^6} + \frac{68.145^2 \times 0.07^2}{16^8}} = 21.91 MPa,$$

应力的概率密度函数可表示为

$$f_\sigma(\sigma) = \frac{1}{21.91 \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma - 169.55}{21.91}\right)^2\right].$$

3.2 计算应力水平与疲劳寿命之间的关系

在热轧 16Mn 合金钢的疲劳寿命试验中,选取了 $\sigma_1 = 394 MPa$, $\sigma_2 = 373 MPa$ 和 $\sigma_3 = 344 MPa$ 应力水平。在这 3 个恒幅循环载荷作用下的疲劳寿命试验结果如表 1 所示^[19]。

表 1 疲劳寿命试验结果

Tab. 1 Fatigue life test results

应力水平 σ/MPa	试样数	疲劳寿命均值 N/次
394	15	113 893
373	15	196 720
344	15	722 200

通过对试验数据的拟合,可得材料疲劳寿命与应力水平之间的关系为通过对试验数据的拟合,得

材料疲劳寿命与应力水平之间的关系为 $\sigma^{13.2219} N = 2.279 6 \times 10^{39}$,热轧 16Mn 合金钢强度极限 $\sigma_b = 586 MPa^{[21]}$ 。

3.3 预测轴的疲劳寿命

根据式(20)和式(21),可得载荷作用次数分别为 $n = 10^2, 10^4, 10^6$ 时最大应力 $\sigma_{\max}(n)$ 与最小应力 $\sigma_{\min}(n)$ 的概率密度函数,如图 3 所示。

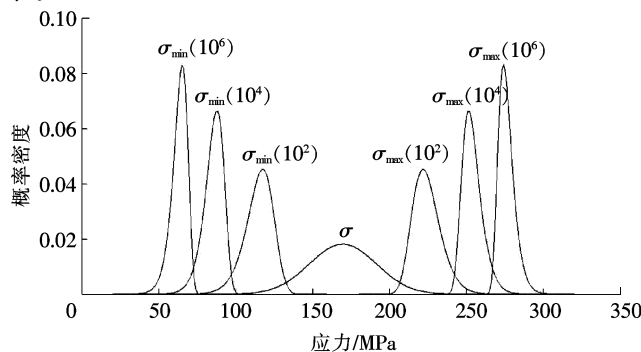


图 3 顺序统计量

Fig. 3 Order statistics

根据式(22),可得载荷作用次数分别为 $n=10^2, 10^4, 10^6$ 时最大应力 $\sigma_{\max}(n)$ 与最小应力 $\sigma_{\min}(n)$ 的联合概率密度函数,分别如图4—图6所示。根据式(19),可得载荷作用次数分别为 $n=10^2, 10^4, 10^6$ 时转子轴的剩余寿命曲面,如图7—图9所示。

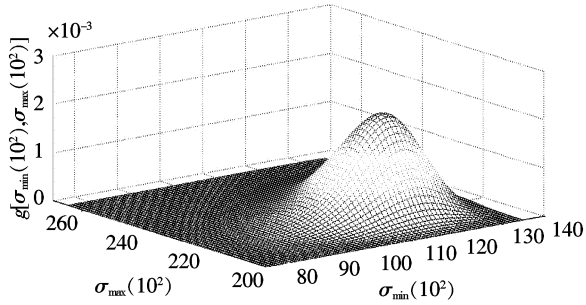


图4 $n=10^2$ 时 $\sigma_{\max}(n)$ 与 $\sigma_{\min}(n)$ 联合概率密度函数
Fig. 4 Joint probability density function of $\sigma_{\max}(n)$ and $\sigma_{\min}(n)$ when $n=10^2$

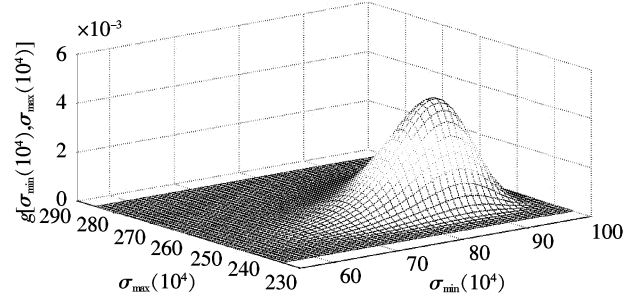


图5 $n=10^4$ 时 $\sigma_{\max}(n)$ 与 $\sigma_{\min}(n)$ 联合概率密度函数
Fig. 5 Joint probability density function of $\sigma_{\max}(n)$ and $\sigma_{\min}(n)$ when $n=10^4$

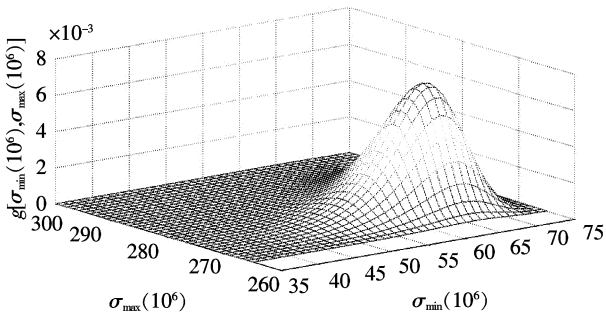


图6 $n=10^6$ 时 $\sigma_{\max}(n)$ 与 $\sigma_{\min}(n)$ 联合概率密度函数
Fig. 6 Joint probability density function of $\sigma_{\max}(n)$ and $\sigma_{\min}(n)$ when $n=10^6$

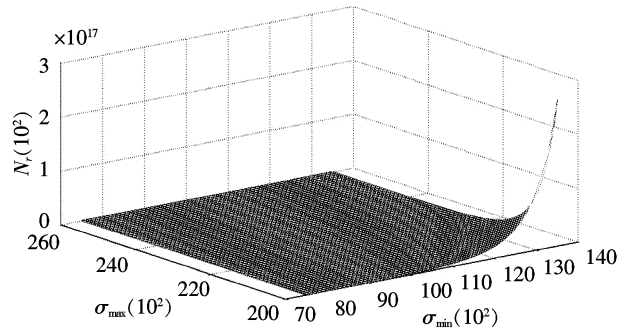


图7 $n=10^2$ 时剩余寿命曲面
Fig. 7 Residual life surface when $n=10^2$

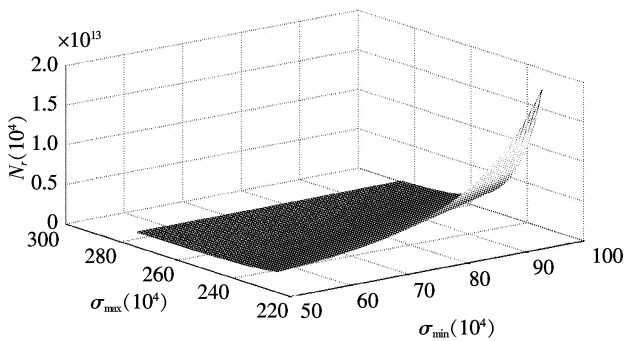


图8 $n=10^4$ 时剩余寿命曲面
Fig. 8 Residual life surface when $n=10^4$

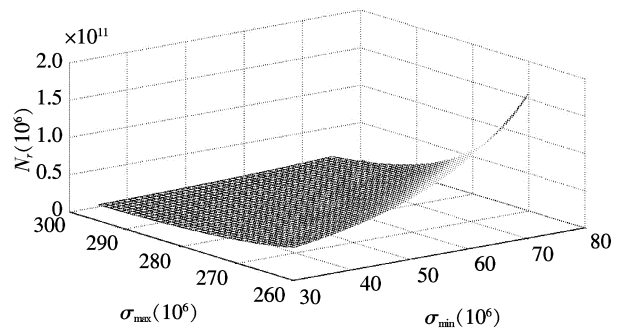


图9 $n=10^6$ 时剩余寿命曲面
Fig. 9 Residual life surface when $n=10^6$

由图7—图9可知,转子轴的剩余寿命 $N_r(n)$ 受最小应力 $\sigma_{\min}(n)$ 和最大应力 $\sigma_{\max}(n)$ 的共同影响,并且随载荷作用次数 n 的变化而变化。在不同的载荷作用次数 n 下,由于最小应力 $\sigma_{\min}(n)$ 和最大应力 $\sigma_{\max}(n)$ 的联合概率密度函数发生了变化,因此导致转子轴具有不同的剩余寿命,而且随着载荷作用次数 n 的增加,转子轴的剩余寿命逐渐降低。

4 结 论

1) 考虑应力幅值和应力均值对疲劳寿命的影响,构建了能反映结构疲劳性能的广义 $\sigma-N$ 曲面模型。

2) 以广义 $\sigma-N$ 曲面为基础,根据顺序统计量的性质,建立了最小应力、最大应力和剩余疲劳寿命的关系式,即 $\sigma_{\min}(n)-\sigma_{\max}(n)-N_r(n)$ 曲面方程模型,并通过实例分析对所建模型的有效性进行了验证和分析。

参考文献/References:

- [1] 温熙森,陈循,张春华,等. 可靠性强化试验理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [2] 袁熙,李舜骥. 疲劳寿命预测方法的研究现状与发展[J]. 航空制造技术, 2005(12): 80-84.
YUAN Xi, LI Shunming. Research status and development of forecast method of fatigue life[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2005(12): 80-84.
- [3] 黄宁. 大型结构件的疲劳寿命预测方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012.
HUANG Ning. Research on Fatigue Life Prediction Methods for Large-Scale Components [D]. Changsha: Central South University, 2012.
- [4] 雷冬. 疲劳寿命预测若干方法的研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2006.
LEI Dong. Research for Several Methods of Fatigue Life Prediction[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2006.
- [5] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.
- [6] 武滢,谢里阳. 随机载荷作用下疲劳寿命分布预测模型[J]. 工程设计学报, 2010, 17(6): 435-438.
WU Ying, XIE Liyang. Prediction on probability distribution of fatigue life under spectrum loading[J]. Journal of Engineering Design, 2010, 17(6): 435-438.
- [7] VERREMAN Y, LIMODIN N. Fatigue notch factor and short crack propagation[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(6): 1320-1335.
- [8] 董月香,高增梁. 疲劳寿命预测方法综述[J]. 大型铸锻件, 2006(3): 38-40.
DONG Yuexiang, GAO Zengliang. General description of the fatigue life prediction method[J]. Heavy Casting and Forging, 2006(3): 38-40.
- [9] 邬华芝,高德平,郭海丁. 概率疲劳破坏寿命特性研究综述[J]. 湖北工学院学报, 2002, 17(3): 18-22.
WU Huazhi, GAO Deping, GUO Haiding. The review of probability fatigue damage life characteristics research[J]. Journal of Hubei University of Technology, 2002, 17(3): 18-22.
- [10] WU Ying, XIE Liyang, ZHANG Xiaojin. Study on fatigue life prediction under spectrum loading[J]. Journal of Materials and Metallurgy, 2011, 10(2): 150-153.
- [11] ZHAO Lihui, ZHENG Songlin, FENG Jinzhi. Fatigue life prediction under service load considering strengthening effect of loads below fatigue limit[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2014, 6(3): 3-4.
- [12] 张书明,阎楚良,高镇同. 广义断裂性能曲面[J]. 机械工程学报, 2001, 37(12): 37-42.
ZHANG Shuming, YAN Chuliang, GAO Zhentong. Generalized surface of fracture behavior[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2001, 37(12): 37-42.
- [13] 阎楚良,高镇同. 疲劳性能广义 $\sigma-N$ 曲面[J]. 机械工程学报, 1999, 1: 103-106.
YAN Chuliang, GAO Zhentong. Generalized $\sigma-N$ curved surface of fatigue character[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 1: 103-106.
- [14] 廖强,黄洪钟,朱顺鹏,等. 基于广义 $\sigma-N$ 曲面的涡轮盘疲劳寿命预测[J]. 电子科技大学学报, 2013, 42(2): 316-320.
LIAO Qiang, HUANG Hongzhong, ZHU Shunpeng, et al. Turbine disk fatigue life prediction based on generalized $\sigma-N$ surface[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2013, 42(2): 316-320.
- [15] 熊峻江,武哲,高镇同. 广义疲劳等寿命曲线与二维疲劳极限概率分布[J]. 应用数学和力学, 2002, 23(10): 1055-1060.
XIONG Junjiang, WU Zhe, GAO Zhentong. Generalized fatigue constant life curve and two dimensional probabilistic distribution of fatigue limit[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2002, 23(10): 1055-1060.
- [16] 倪侃,高镇同. 疲劳可靠性二维概率 Miner 准则[J]. 固体力学学报, 1996, 17(4): 365-371.
NI Kan, GAO Zhentong. Two-dimensional probabilistic Miner's rule in fatigue reliability[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 1996, 17(4): 365-371.
- [17] YAO J T P, KNZIO F, WEN Y, et al. Stochastic fatigue, fracture and damage analysis[J]. Structural Safety, 1986, 3(3/4): 231-267.
- [18] SIJVE J. Fatigue of Structures and Materials[M]. Berlin: Springer, 2009.
- [19] 谢里阳,王正,周金宇,等. 机械可靠性基本理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [20] 王正,王增全,何洪. 随机载荷循环作用下的机械结构疲劳寿命预测模型[J]. 中国机械工程, 2012, 23(1): 98-101.
WANG Zheng, WANG Zengquan, HE Hong. Predicting model for fatigue life of mechanical structures under random cyclic loads[J]. China Mechanical Engineering, 2012, 23(1): 98-101.
- [21] 《机械工程材料性能数据手册》编委会. 机械工程材料性能数据手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.