

# 四旋翼飞行器 PID 优化控制

王史春<sup>1,2</sup>

(1. 台州职业技术学院, 浙江台州 318000; 2. 浙江大学智能系统与控制研究所, 工业控制技术国家重点实验室, 浙江杭州 310027)

**摘要:**针对四旋翼飞行器具有非线性, 强耦合性, 多输入的欠驱动系统的特点, 研制出既能精确控制飞行器姿态, 又具有较强抗干扰和环境自适应能力的控制器。为了达到更好的飞行效果, 采用了传统的 PID 控制算法, 但实际应用中需要对 PID 参数进行优化, 提出改进的 PSO 算法和遗传算法相结合的优化控制方法。为了优化 PID 参数, 首先对飞行器进行动力性建模, 再利用改进的 PSO 算法和遗传算法作 PID 参数优化。仿真和飞行实践的数据表明, 相对于标准的 PSO 算法, 飞行器有更好的鲁棒性和控制效果。

**关键词:**四旋翼飞行器; 建模; GA-PSO; 优化; 仿真实验

**中图分类号:**TP391.9      **文献标志码:**A

## Optimal PID control for the four-rotor quadrotor

WANG Shichun<sup>1,2</sup>

(1. Taizhou Vocational and Technical College, Taizhou Zhejiang 318000, China; 2. National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

**Abstract:** For the nonlinear, strong coupling, multi-input under-drive system of the quadrotor, a controller is developed not only with precise control of the aircraft attitude, but also with strong anti-interference ability and environmental adaptability. In order to achieve better flight, classical PID control algorithm is adopted. However, the parameters in PID controller have to be optimizing in practical applications, and an improved PSO algorithm and genetic algorithm optimization control method is proposed. In order to optimize the PID parameters, the dynamic modeling of the aircraft is completed before the use of improved PSO algorithm and genetic algorithm for PID parameter optimization. Simulation and flight practice data show that the aircraft has a better robustness and control effects compared with the standard PSO algorithm.

**Key words:** four-rotor quadrotor; modeling; GA-PSO; optimization; simulation

四旋翼飞行器是一个具有六自由度和 4 个控制输入的非线性欠驱动系统, 具有对外界和自身抗干扰敏感的特性, 控制的主要问题是解决强耦合性和不稳定的动力特性。姿态控制是整个飞行控制的关键, 如果能精确控制飞行器姿态, 模型相对还是比较明确的, 难度仍然在 PID 参数的整定上<sup>[1]</sup>, 其参数调整很大程度上依赖于设计人员自身经验, 只能人为的多次调试才能确定, 达到稳定状态, 但不一定是最佳参数。针对本实验室在设计时遇到的以上问题, 提出了改进的 PSO 算法<sup>[2]</sup>和遗传算法相结合方法来优化 PID 参数。四旋翼飞行器是多变量系统, 需多目标搜索, PSO 算法全局搜索能力强, 算法实现简单, 能够实现多个目标寻优, 寻找合适的参数, 以达到理想的效果。遗传算法在不需要给出控制器初始参数的情况下, 通过复制、交叉、变异

操作,寻找到合适的参数,达到寻优,使控制目标满足要求,同时能解决多值函数问题以及在多参数寻优中,容易造成寻优失败或时间过长的问題,具有局部搜索能力强的特点,并能从多点开始并行操作,高效启发式搜索,避免了过早陷入局部最优解<sup>[3]</sup>。

## 1 动力性建模

四旋翼飞行器是一个非线性、多变量、高度耦合的欠驱动系统<sup>[4]</sup>。为实现对四旋翼飞行器这一欠驱动系统的有效控制,必须准确建立其在各种飞行状态下的数学模型。为了得到四旋翼飞行器的数学模型,先建立2个基本坐标系:如图1所示,地面坐标系G(OXYZ)和机体坐标系S(oxyz)。在飞行器飞行过程中,地面坐标系保持不变。如图2所示,地面坐标系G与机体坐标系S的定位关系分别用欧拉角表示,分别为俯仰角 $\phi$ ,翻滚角 $\theta$ ,偏航角 $\psi$ 。两坐标系的旋转关系通过旋转矩阵表示为

$$\mathbf{p}_b^n = \begin{bmatrix} h_{xx} & h_{xy} & h_{xz} \\ h_{yx} & h_{yy} & h_{yz} \\ h_{zx} & h_{zy} & h_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi & -\cos \theta \sin \psi + \sin \theta \sin \phi \cos \psi & \sin \theta \sin \psi + \cos \theta \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \sin \psi & \cos \theta \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi & -\sin \theta \cos \psi + \cos \theta \sin \phi \sin \psi \\ -\sin \phi & \sin \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$$\begin{cases} \psi = \tan^{-1} \theta \left( \frac{h_{yz}}{h_{xx}} \right), [-\pi, \pi]; \\ \theta = \tan^{-1} \theta \left( \frac{h_{zy}}{h_{zz}} \right), [-\pi, \pi]; \\ \phi = \sin^{-1} \theta (-r_{xx}), \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]. \end{cases} \quad (2)$$

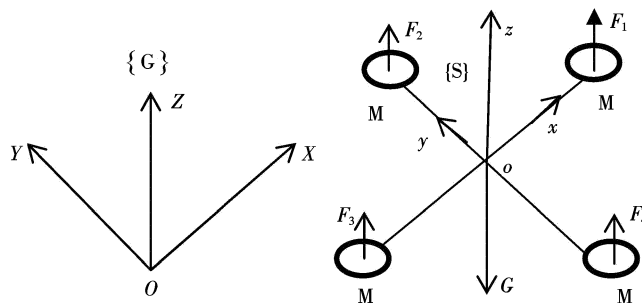


图1 四旋翼飞行器示意图

Fig. 1 Schematic diagram of quadrotor

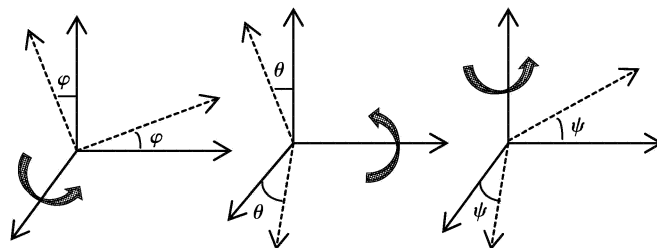


图2 欧拉角

Fig. 2 Euler angle

为了简化四旋翼飞行器的动力学模型<sup>[4]</sup>,根据牛顿第二定律<sup>[5]</sup>,飞行器动力学方程表示为

$$F = m \frac{dv}{dt}, \quad (3)$$

$$M = \frac{dH}{dt}. \quad (4)$$

式中: $F$ 为飞行器所加外力和; $m$ 为飞机质量; $v$ 为飞行器速度; $M$ 为飞行器所有外力距<sup>[6]</sup>的和; $H$ 为飞行器相对于地面坐标系绝对动量距。

根据动力学方程,假设 $F_x, F_y, F_z$ 为 $F$ 在飞行器坐标系3个坐标轴上的分量; $p, q, r$ 为角速度 $\omega$ 在飞行器坐标系3个轴的分量。根据式(1),式(3),式(4)得到机体坐标系下线运动方程( $K_i$ 为综合阻力系数):

$$\ddot{x} = (F_x - k_1 \dot{x})/m = (K_t \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 (\sin \phi \cos \theta \cos \psi + \sin \psi \sin \theta) - K_1 \dot{x})/m; \quad (5)$$

$$\ddot{y} = (F_y - k_2 \dot{y})/m = (K_t \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 (\sin \theta \cos \theta \sin \psi + \cos \psi \sin \theta) - K_2 \dot{y})/m; \quad (6)$$

$$\ddot{z} = (F_z - k_3 \dot{z} - mg)/m = (K_t \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 (\cos \phi \cos \theta) - K_3 \dot{z})/m - g. \quad (7)$$

本研究是用惯性测量单元测量四旋翼旋转<sup>[7]</sup>,而欧拉角是时域变化的连续函数,三轴转动角速度,通过矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \phi \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \cos \phi \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

经拉格朗日推导式(8)可得运动方程表示为

$$\begin{cases} I_{xx} \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz}); \\ I_{yy} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}); \\ I_{zz} \ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} (I_{xx} - I_{yy}). \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可推出:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = [\dot{\phi} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz})]/I_{xx}; \\ \ddot{\phi} = [\dot{\theta} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx})]/I_{yy}; \\ \ddot{\psi} = [\dot{\theta} \dot{\phi} (I_{xx} - I_{yy})]/I_{zz}. \end{cases} \quad (10)$$

## 2 遗传算法优化 PID 控制器参数

### 2.1 PID 控制

为了把四旋翼飞行器非线性耦合模型分解为4个独立的控制通道<sup>[8]</sup>,经过实验,利用小扰动原理得到的线性方程组用来分析飞行器操纵性、稳定性、有效性,能得到较好效果和好的准确度。在小扰动下进行线性化处理,可得到飞行器小扰动运动,其中,状态变量:

$$x = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \theta \ \phi \ \psi]^T, \quad (11)$$

控制变量:

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T. \quad (12)$$

为了简化控制系统的设计,假设姿态角和角速度之间为简单的积分关系,即

$$\dot{\theta} = p, \dot{\phi} = q, \dot{\psi} = r. \quad (13)$$

根据实验室的四旋翼飞行器有关参数和环境数据以及系统的传递函数 $G(S) = (s \times I - A)^{-1}B$ 和线运动方程(5)、方程(6)、方程(7),可得各控制通道的传递函数。

俯仰通道:

$$G_1 = \frac{\theta}{u_1} = \frac{56.5s + 4\ 400}{s^3 + 106s^2 + 872s + 4\ 435}; \quad (14)$$

翻滚通道:

$$G_2 = \frac{\theta}{u_2} = \frac{66s + 4\ 562}{s^3 + 108s^2 + 1\ 025s + 2\ 930}; \quad (15)$$

偏航角:

$$G_3 = \frac{\psi}{u_3} = \frac{103}{s^2 + 4s}; \quad (16)$$

X轴与俯仰角:

$$G_4 = \frac{x}{\phi} = \frac{-191s + 569}{57.25s^2 + 4411}; \quad (17)$$

Z轴:

$$G_5 = \frac{z}{u_4} = \frac{1.55}{s^2 + 4s}; \quad (18)$$

Y轴与翻滚角:

$$G_6 = \frac{y}{\theta} = \frac{-278.4s + 751.1}{16s^2 + 4470s}. \quad (19)$$

## 2.2 GA-PSO 算法优化 PID 参数

为了优化各通道的 PID 的 3 个参数, GA-PSO 算法的 PID 控制器以误差  $e$  和误差变化率  $ec$  作为输入, 以满足不同时刻的  $e$  和  $ec$  对 PID 参数整定的要求, 如图 3 所示. PID 控制器的控制算法为

$$u(t) = k_p [e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt}]. \quad (20)$$

在文献[10]中, 提出标准的 PSO 算法:

$$v_j^i(k+1) = \omega(k)v_j^i(k) + \varphi_1 \text{rand}(0, a_1) [p_j^i(k) - x_j^i(k)] + \varphi_2 \text{rand}(0, a_2) [p_j^g(k) - x_j^i(k)]; \quad (21)$$

$$x_j^i(k+1) = x_j^i(k) + v_j^i(k+1). \quad (22)$$

优化 PID 控制器参数也取得了一定的成效. 标准的 PSO 算法中粒子的移动是以自身的局部最优和全局最优来改变粒子的方向和速度, 容易陷入局部最优值, 特别对于多峰值函数.

为了更好地对 PID 参数进行优化控制, 提出将改进的 PSO 算法和遗传算法结合, 其流程如图 4 所示, 算法的核心思想是通过改进 PSO 算法, 算法如下:

$$X_i^g(K+1) = X_i^g(k) + \omega \times V_i^g(k) + C \times \text{rand}^g(k) \times [(p_m^g - X_i^g(k))]. \quad (23)$$

这里的  $p_m$  是随机选取周边 2 个粒子, 通过比较选取适配值高的粒子位置作为  $p_m$  的值;  $X_i(k)$  和  $V_i(k)$  是粒子当前的位置和方向;  $C$  是常数, 一般取值为 2.  $\omega$  是权重, 随着粒子搜索的进程, 值会减少, 提高搜索精度. 标准的 PSO 和改进的 PSO 算法最大不同在于学习过程不一样, 标准 PSO 算法通过自身最优和局部最优改变自身的速度和位置; 而改进的 PSO 算法通过周边粒子综合学习来改变自身的速度和位置, 有利于充分学习, 达到好的性能. 当第一个粒子通过周边粒子综合学习后, 更新到一个较优的位置, 为了避免陷入局部最优, 特别对于多峰值函数来说, 容易陷入局部最优, 通过遗传算法的选择、交叉、变异来对粒子进行重新组合, 避免了粒子早熟的现象.

本文的算法具有如下创新:

- 1) PSO 和 GA 结合, 发挥各自特长, 改善系统的性能, 增强算法的适应性;
- 2) PSO 算法的权重系统  $\omega$  随搜索进行逐步减小, 有利于搜索速度与精度的提高;
- 3) 改进的 PSO 粒子得到充分学习, 遗传算法又可避免粒子的早熟现象.

图 4 中,  $X_1 = \{x_{11}, x_{12}, x_{13}\}$ ,  $D$  是维数,  $g$  是代数,  $\text{max\_gen}$  指最大代数  $p_m = \{p_{m1}, p_{m2}, p_{m3}\}$ .

## 3 仿真实验和飞行实践

本仿真实验是通过对标准 PSO 算法和 GA-PSO 算法进行比较, 来验证算法的优越性. 采用时间为 1 s, 输入指令为一阶跃信号. 为获取满意的过度过程动态特性, 采用误差绝对值时间积分性能指标作为参数选择的最小目标函数<sup>[9]</sup>. 为了防止控制能量过大, 在目标函数中加入控制输入的平方项. 选用式(24)作为参数选取

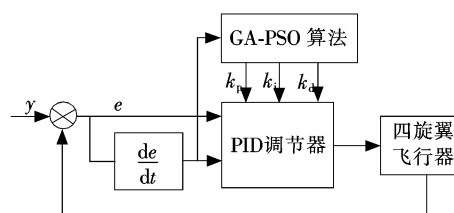


图 3 PID 控制器优化结构图

Fig. 3 Optimization of PID controller structure

的最优指标:

$$J = \int_0^{\infty} (\omega_1 |e(t)| + \omega_2 u^2(t) dt + \omega_3 \cdot t_u), \quad (24)$$

其中: $e(t)$  为系统误差; $u(t)$  为控制器输出; $t_u$  为上升时间; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  为权值。

为了避免超调,采用了惩罚函数<sup>[10]</sup>,即一旦产生超调,将超调量作为最优指标的一项,此时最优指标为

If  $e(t) < 0$ ,

$$J = \int_0^{\infty} (\omega_1 |e(t)| + \omega_2 u^2(t) + \omega_4 |e(t)| dt) + \omega_3 \times t_u. \quad (25)$$

PSO 算法中粒子数为 40,最大代数数为 100,学习因子为 1.51,权重  $\omega$  代入式(25)计算可得。遗传算法交叉概率和变异概率分别为  $p_c=0.92, p_m=0.035$ 。仿真实验结果如图 5—图 10 所示,标准 PSO 算法和 GA-PSO 算法都达到了较好的效果,相对来说,GA-PSO 算法达到更好的控制效果。俯仰角如图 5 所示,标准 PSO 算法在 0.1 s 时有较大的波动,而 GA-PSO 能较快地达到稳定效果;偏航角如图 6 所示,达到稳定时间 GA-PSO 有明显的改善,相差 10 倍左右,稳定性比标准 PSO 更好;翻滚角如图 7 所示,达到稳定时间和稳定性相近。X 轴方向如图 8 所示,GA-PSO 较快达到稳定状态;Y 轴方向如图 9 所示,达到稳定时间和稳定的效果相近;Z 轴方向如图 10 所示,GA-PSO 稳定性较好;达到稳定时间比 PSO 快。经过对飞行器 PID 优化,得出 PID 各参数的值,如表 1 所示。各项数据表明,各项指标在同行研究中达到领先水平,表明本文提出的 GA-PSO 算法在飞行器中达到了优化的效果。

飞行器在实际飞行中,会受到各种信号的干扰和风力的影响,导致飞行器的位置和姿态角发生变化,因此在仿真中加干扰信号进行测试,在 1 s,2 s,3 s 的时间给姿态角加一个随机干扰突变信号,仿真结果如图

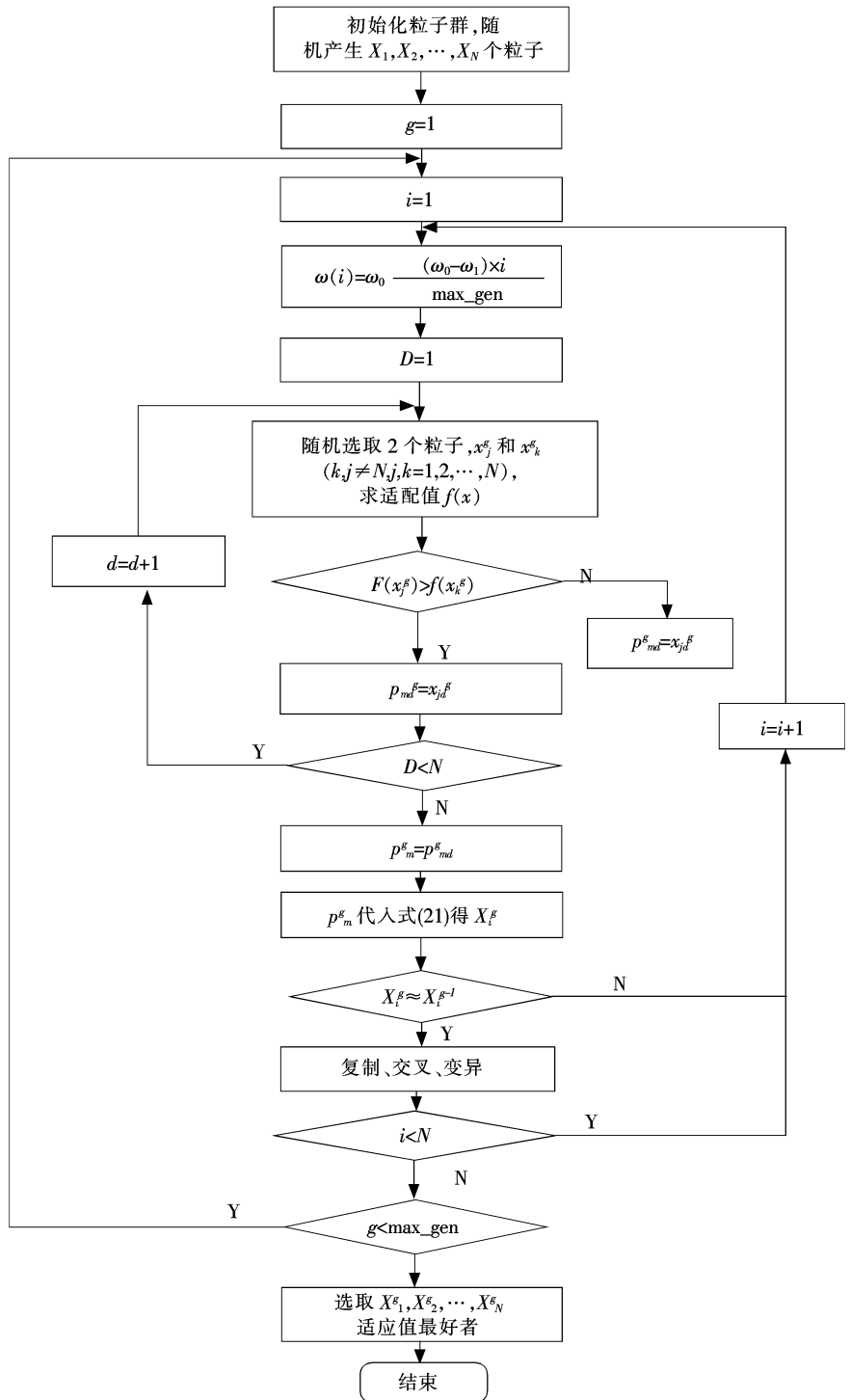


图 4 GA-PSO 控制优化流程图

Fig. 4 Chart of GA-PSO control and optimization

11 所示,飞行器的姿态角在 0~3 s 时间内出现波动,范围在 0.7~1 rad 之间,波动是非常大的,产生不稳定,但最终通过控制器的调节回到了稳定状态。

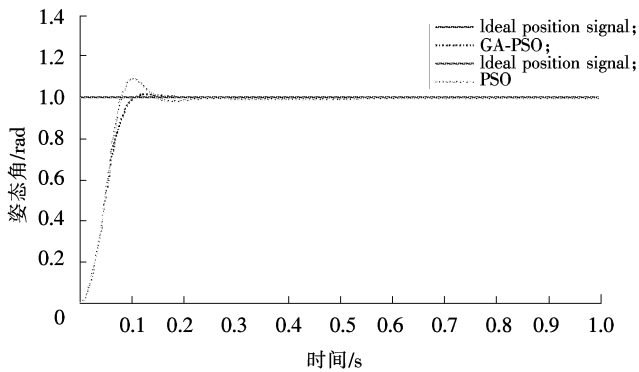


图 5 俯仰角  
Fig. 5 Angle of pitch

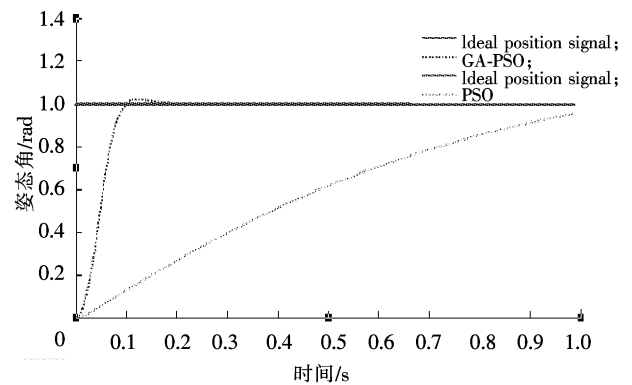


图 6 偏航角  
Fig. 6 Yaw angle

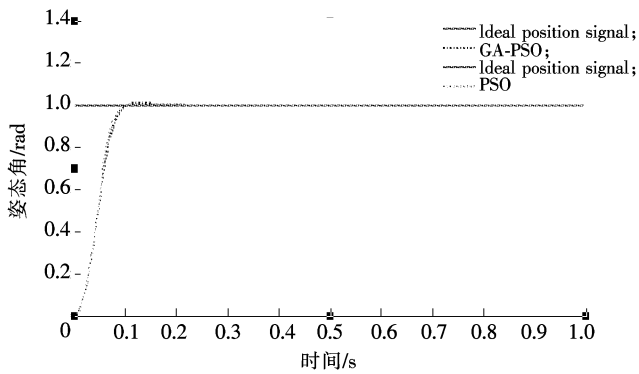


图 7 翻滚角  
Fig. 7 Rolling angle

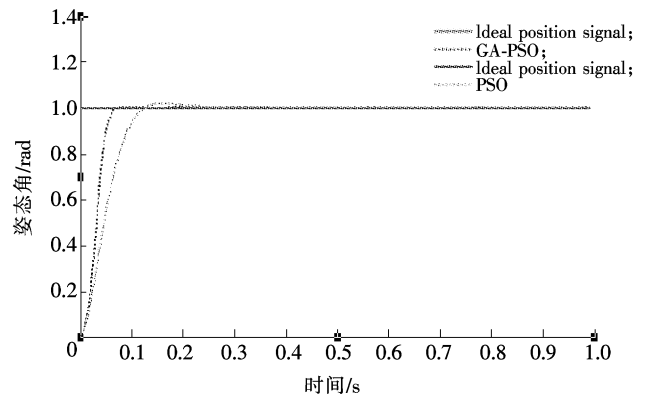


图 8 X 轴方向  
Fig. 8 X direction

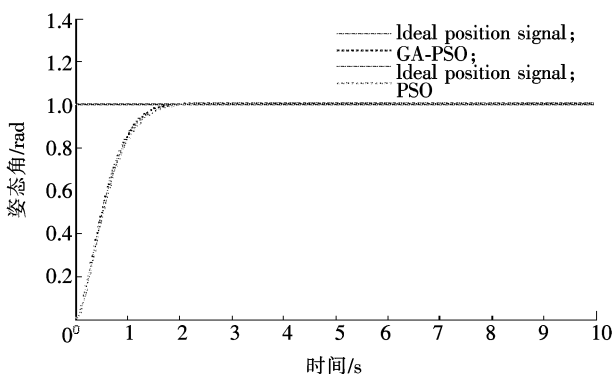


图 9 Y 轴方向  
Fig. 9 Y direction

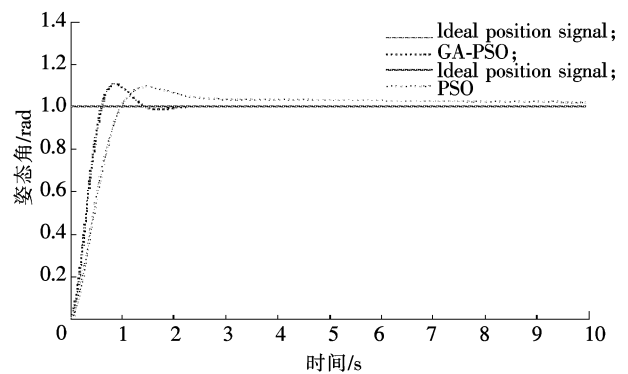


图 10 Z 轴方向  
Fig. 10 Z direction

实验室的飞行控制器部分的结构如图 12 所示,飞行器姿态控制是通过 PID 参数的设置来达到飞行器的稳定效果,PID 参数设置如表 1 所示,为了检验设计的效果,把表 1 数据应用于实验室的飞行器,通过多次飞行试验,测试数据如表 2 所示,达到较好的效果。

表 1 PID 参数优化表  
Tab.1 PID parameters optimization

参数	PID 参数		
	$k_p$	$k_i$	$k_d$
俯仰角	74.755 1	1.982 9	18.22
偏航角	167.770 8	0.261 8	0.242
翻滚角	71.379 8	1.896 9	17.98
Z 轴方向	1.360 4	—	1.799
X 轴方向	0.270 9	0.280 1	13.85
Y 轴方向	13.564 7	0.027 1	0.004

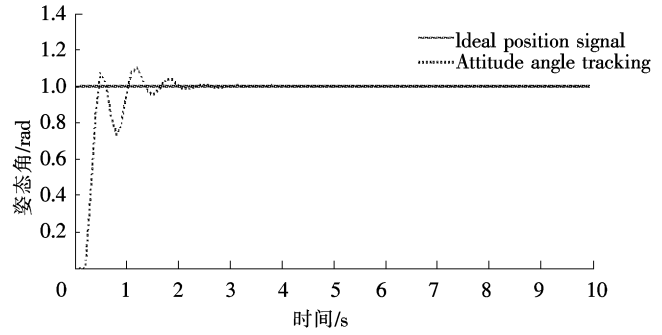


图 11 干扰信号仿真图

Fig.11 Interfering signal simulation diagram

表 2 飞行测试数据

Tab.2 Flight test data

rad

测试次数	X 轴	Y 轴	Z 轴	俯仰角	翻滚角	偏航角
1	0.38	0.38	0.05	1.80	4.30	0.20
2	0.38	0.38	0.05	1.80	4.30	0.20
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0.38	0.38	0.05	-0.40	-3.80	1.5
8	0.38	0.38	0.05	-0.40	-3.80	1.5
9	0.38	0.38	0.05	0.00	-2.30	0.70

### 4 结 语

通过对实验室四旋翼飞行器进行建模,提出改进的 GA-PSO 算法,通过仿真实验结果表明,飞行器达到稳定状态快,精度高的特点。为了更好地验证算法的效果,对飞行器进行多次试飞,测试数据表明,控制器具有较好的鲁棒性和良好的控制效果。

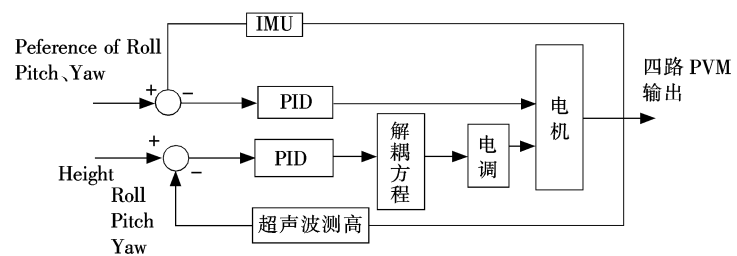


图 12 飞行控制器结构

Fig.12 Structure of the quadrotor

### 参考文献/References:

[1] 燕 翔,张持健.工业随动系统中模糊 PID 控制器的设计与应用[J].河北工业科技,2011,28(2):122-125.  
YAN Xiang,ZHANG Chijian. The design and application of Industrial design of fuzzy PID controller in the servo system[J]. Hebei Journal of Industrial Science and Technology,2011,28(2):122-125.

[2] 宋 遥,李国名,徐 丽.采用蚁群算法模拟机器人寻路的仿真实验[J].河北工业科技,2010,27(5):340-343.  
SONG Yao, LI Guoming, XU Li. The simulation experiment of ant colony algorithm simulation robot in pathfinding[J]. Hebei Journal of Industrial Science and Technology,2010,27(5):340-343.

[3] 刘金琨.先进 PID 控制 MATLAB 仿真[M].北京:电子工业出版社,2012.  
LIU Jinkun. Simulation of Advanced PID Control and MATLAB[M]. Beijing: Electronic industry press,2012.

- [3] RANTAKOKKO P, HALLIKAINEN A, AIRAKSINEN R, et al. Concentrations of organotin compounds in various fish species in the Finnish lake waters and Finnish coast of the baltic sea[J]. *Science of The Total Environment*, 2010,48:2 474-2 481.
- [4] de CARVALHO OLIVEIRA R, SANTELLI R E. Occurrence and chemical speciation analysis of organotin compounds in the environment[J]. *Talanta*, 2010,82: 9-24.
- [5] PAGLIARANI A, NESCI S, VENTRELLA V. Toxicity of organotin compounds; Shared and unshared biochemical targets and mechanisms in animal cells[J]. *Toxicology in Vitro*, 2013,27:978-990.
- [6] MANUEL B M, ANiBAL V S, EDWAR F P, et al. Critical evaluation of fiber coatings for organotin determination by using solid phase microextraction in headspace mode[J]. *Journal of Chromatography A*, 2012,1 223:9-14.
- [7] CAMPILLO N, VINAS P, PENALVER R, et al. Solid-phase microextraction followed by gas chromatography for the speciation of organotin compounds in honey and wine samples; A comparison of atomic emission and mass spectrometry detectors[J]. *Journal of Food Composition and Analysis*, 2012,25:66-73.
- [8] CACHO J I, CAMPILLO N, VINAS P, et al. Headspace sorptive extraction for the analysis of organotin compounds using thermal desorption and gas chromatography with mass spectrometry[J]. *Journal of Chromatography A*, 2013,1 279:1-6.
- [9] YU Zhenhua, SUN Junqing, JING Miao, et al. Determination of total tin and organotin compounds in shellfish by ICP-MS[J]. *Food Chemistry*, 2010,119: 364-367.
- [10] SEGOVIA-MARTINEZ L, BOUZAS-BLANCO A, CAMPINS-FALCO P, et al. Improving detection limits for organotin compounds in several matrix water samples by derivatization-headspace-solid-phase microextraction and GC-MS[J]. *Talanta*, 2010,80: 1 888-1 893.
- [11] YU Zhenhua, ZHANG Jie, WANG Xiaoru. Speciation analysis of organotin compounds in sediment by hyphenated technique of high performance liquid chromatography-inductively coupled plasma mass spectrometry[J]. *Chinese Journal of Analytical Chemistry*, 2011, 39:544-547.
- [12] 周长杰,刘 魁,王荣耕,等. 海水中有机锡含量测定方法研究[J]. *河北科技大学学报*, 2011,32(1):24-29.  
ZHOU Changjie,LIU Kui,WANG Ronggeng, et al. Study on determination of tributyltin in sea water[J]. *Journal of Hebei University of Science and Technology*, 2011,32(1):24-29.
- [13] ZHAO Yongjie. Dynamic optimum design of a three translational degrees of freedom parallel robot while considering anisotropic property [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2013,29:100-112.
- [14] 郭淳芳. 一种新的机器人自组网群组运动控制模型[J]. *河北工业科技*, 2012,29(6):411-414.  
GUO Chunfang. A novel group movement control model for the Ad hoc robot network[J]. *Hebei Journal of Industrial Science and Technology*, 2012,29(6):411-414.
- [15] 梁普选,骆舒心,李丽霞. 通用题库系统的设计与实现[J]. *河北工业科技*, 2011,28(1):44-47.  
LIANG Puxuan,LUO Shuxin,LI Lixia. Design and implementation of general-purpose item bank system[J]. *Hebei Journal of Industrial Science and Technology*, 2011,28(1):44-47.
- [16] 郑茜文,庞其昌,赵 静,等. 基于 VC++ 的光谱成像中药检测系统的控制软件设计[J]. *光学仪器*, 2010(2):54-59.  
ZHENG Xiwen,PANG Qichang,ZHAO Jing, et al. The control software design of spectral imaging Chinese traditional medicine assessing system based on VC++[J]. *Optical Instruments*, 2010(2):54-59.

~~~~~  
**(上接第 463 页)**

- [4] 黄溪流. 一种四旋翼无人直升机飞行控制器的设计[D]. 南京:南京理工大学,2010.  
HUANG Xiliu. Tontroller Design of Four-rotored Helicopters Flight[D]. Nanjing:Nanjing University of Science and Technology,2010.
- [5] MINH L D. Modeling and control of quadrotor MAV using vision based measurement[A]. 2010 International Forum on Strxtegic Technology(IFOST)[C]. San:[s. n. ],2010. 70-75.
- [6] SUBBARAO A K, LEWIS F. Dynamic inversion of quadrotor with zero-dynamics stabilization[A]. IEEE International Conference on Control applications[C]. San Antonio:[s. n. ],2008. 1 189-1 194.
- [7] BOUABDALLAH S, SIEGWRT R. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying[D]. Lausanne ;EPFL,2006.
- [8] 李 俊,李运堂. 四旋翼飞行器的动力学建模及 PID 控制[J]. *辽宁工程技术大学学报*, 2012,31(1):114-117.  
LI Jun,LI Yuntang. Four rotor aircraft dynamics modeling and PID control[J]. *Journal of Liaoning Technology University*, 2012,31(1): 114-117.
- [9] 胡海兵,胡庆波,吕征宇. 基于粒子群优化 PID 伺服控制的设计[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2006,40(12):2 144-2 148.  
HU Haibing, HU Qingbo, LYU Zhengyu. The design of based on particle swarm optimization PID servo control[J]. *Journal of zhejiang University(Engineering Science)*, 2006,40(12):2 144-2 148.
- [10] 孙增圻. 遗传算法:智能控制理论与技术[M]. 北京:清华大学出版社,2011.  
SUN Zenqi. Genetic Algorithm: Theory and Technology of Intelligent Control[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2011.