

文章编号:1008-1542(2012)04-0355-05

基于平板空腹结构刚度特性的最合理结构高度确定

位翠霞, 刘伟平, 黄 鹏, 张 龙

(河北科技大学建筑工程学院, 河北石家庄 050018)

摘 要:为确定平板空腹结构的最合理结构高度,对平板空腹结构的刚度特性进行了研究。运用解析法得出了任一平板空腹结构均存在一个最合理结构高度使结构刚度最大、变形最小的结论;总结出上下弦截面尺寸、竖腹杆截面尺寸等主要几何参数对最合理结构高度值的影响规律;并推导了最合理结构高度的计算公式。最后运用有限元方法验证了上述结论的正确性和最合理结构高度计算公式的有效性。

关键词:刚度特性;最合理结构高度;计算公式

中图分类号:TU323 文献标志码:A

Determination of the most reasonable height based on stiffness characteristic of flat vierendeel structure

WEI Cui-xia, LIU Wei-ping, HUANG Li, ZHANG Long

(College of Civil Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract: In order to determine the most reasonable height of flat vierendeel structure, the stiffness characteristics of flat vierendeel structure are analyzed. Firstly, the conclusion is drawn by analytical method that there is a most reasonable height for any flat vierendeel structure. Secondly, the influence of some main parameters is studied. At last, the calculation formula for the most reasonable height is deduced. Different cases are studied by FEM, and the results confirm the above conclusions and the validity of the formula.

Key words: stiffness characteristic; most reasonable height; calculation formula

平板空腹结构包括空腹桁架、空腹网架、空腹夹层板等结构型式。它具有结构适应性好、造型美观、经济指标好等优点,被广泛用于各种大跨度、大柱网建筑中的楼盖和屋盖,如北京香格里拉饭店、深圳中国银行大厦、贵州省青少年宫、吉林省政协礼堂等,已成为中国空间结构的主要型式之一。但目前中国空腹结构的理论体系并不完善,研究成果主要集中于计算方法、受力性能^[1-2]等方面,而针对空腹结构刚度特性的研究却很少。

在实际工程中,设计人员由于缺乏平板空腹结构刚度方面的理论依据,通常仅依靠经验选择几何参数并进行结构设计,而未考虑结构的刚度特性进行刚度优化,结果使结构的刚度性能无法充分发挥,造成了材料浪费,造价提高。

因此,研究平板空腹结构的刚度特性对平板空腹结构的应用具有重要的指导意义。鉴于此,笔者分别采用解析法和有限元法对平板空腹结构的刚度特性进行分析,以期了解和掌握结构的刚度特性和变化规律,从

收稿日期:2012-01-10;责任编辑:冯 民

基金项目:石家庄市科学研究与发展计划项目(11123511);河北科技大学大学生科技创新基金项目

作者简介:位翠霞(1982-),女,河南安阳人,讲师,硕士,主要从事空间结构方面的研究。

而为结构设计人员进行相关工程设计时提供一定的依据。

1 解析法分析

如图 1 所示,以某一双向正交正放的平板空腹结构为例。根据交叉梁系法^[3],该平板空腹结构可认为是双向布置的空腹桁架系结构,根据刚度等效^[4]的原则将双向的空腹桁架分别进行等代,折算为双向交叉的实腹梁。将结构所受外部荷载等效为节点荷载施加在实体梁上,利用交叉点各向梁挠度相等的原则建立方程,求出交叉点处分配到各向梁上的节点荷载^[5]。

分别对 x, y 方向的等代实腹梁进行分析,则其挠度为

$$f = \int \frac{MM_P}{EI} ds + \int k \frac{\bar{F}_Q F_{QP}}{C} ds. \tag{1}$$

令 $m = \int MM_P ds, n = \int \bar{F}_Q F_{QP} ds$ 。 m, n 由平板空腹结构所受的外部荷载决定,可采用空腹结构交叉梁系法求出各交叉点分配到各榀桁架上的荷载,再对各榀桁架分别运用结构力学的图乘法即可求得 m, n 的值。

对结构中的任一榀桁架,根据文献^[6]可将式(1)变为

$$f = \sum_{i=1}^R \left[\frac{2m_i}{E_i A_i} \times \frac{1}{h^2} + \left(\frac{kn_i}{24E_i I_{iv}} \times a_i \times h + \frac{a_i^2 kn_i}{24E_i I_{il}} \right) \right]. \tag{2}$$

式中: R, h 为该榀桁架的节间数和结构高度; E_i, A_i 为第 i 个节间材料的弹性模量和上、下弦杆截面面积; m_i, n_i 为第 i 个节间对应的 m, n 值; I_{il}, I_{iv} 为第 i 个节间上弦和竖腹杆对应的截面惯性矩。

从式(2)可看出,当结构高度 h 逐渐增大时,该榀桁架的弯曲变形呈二次曲线递减,剪切变形却呈线性增大。对该榀桁架而言,应存在一个最合理的结构高度 h_0 ,使结构的刚度最大,变形最小。对式(2)求导:

$$\frac{df}{dh} = - \sum_{i=1}^R \left[\frac{4m_i}{E_i A_i} \right] \times \frac{1}{h^3} + \sum_{i=1}^R \left[\frac{a_i kn_i}{24E_i I_{iv}} \right] = 0.$$

$$\text{求得驻点: } h = h_0 = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^R \left[\frac{4m_i}{E_i A_i} \right] / \sum_{i=1}^R \left[\frac{a_i kn_i}{24E_i I_{iv}} \right]} > 0, \text{ 且 } h = h_0 \text{ 时, } \frac{d^2 f}{dh^2} = \sum_{i=1}^R \left[\frac{12m_i}{E_i A_i} \right] \times \frac{1}{h^4} > 0,$$

$$\text{即 } h = h_0 = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^R \left[\frac{4m_i}{E_i A_i} \right] / \sum_{i=1}^R \left[\frac{a_i kn_i}{24E_i I_{iv}} \right]} \text{ 时, } f = f_{\min}. \tag{3}$$

从上面的分析可看出,对平板空腹结构中任一榀桁架均存在一个最合理结构值 h_0 ,使该榀桁架的刚度最大、变形最小。且由式(3)可得,平板空腹结构的主要几何参数对最合理结构高度 h_0 的影响规律:结构的最合理结构高度值 h_0 随着上、下弦截面尺寸的增大而逐渐减小,随着竖腹杆的截面尺寸增大而逐渐增大。

对整个平板空腹结构而言,在竖向荷载作用下,呈现双向弯曲的“碗状”变形特征,结构的变形在中间位置最大^[7]。因此在进行平板空腹结构设计时,可通过控制中间榀桁架的变形来达到控制整个结构变形的目的,即当整个平板空腹结构的高度选取中间榀的最合理结构高度 h_0 时,结构的刚度最大、变形最小。

2 有限元法分析

建立四边简支正交正放平板空腹结构的 ANSYS 模型,其几何参数如下:平面尺寸为 $27 \text{ m} \times 27 \text{ m}$,网格尺寸 $a = 1.5 \text{ m}$,网格数为 18×18 。结构上部施加单位竖向均布荷载来进行模拟,假定材料为匀质的线弹性材料,采用梁单元进行模拟,计算模型如图 2 所示。

2.1 改变弦杆截面尺寸

对图 2 的计算模型,竖腹杆截面尺寸为 $250 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}$ 。为了简便起见,上、下弦截面形式和尺寸完全相同,截面尺寸共有 $250 \text{ mm} \times 250 \text{ mm}, 250 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}, 250 \text{ mm} \times 350 \text{ mm}, 250 \text{ mm} \times 400 \text{ mm}, 250 \text{ mm} \times 450 \text{ mm}, 250 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$ 等 6 种情况。对每种情况,结构的高度依次取 $1.0, 1.1, 1.2, \dots, 3.5 \text{ m}$,建立相应

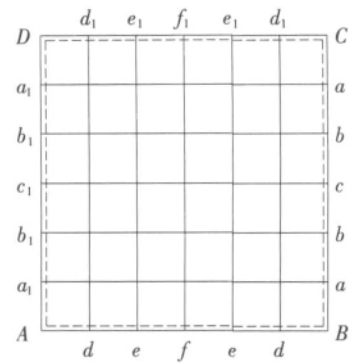


图 1 平板空腹结构计算模型

fig. 1 Calculation model of flat vierendeel structure

的 ANSYS 模型,施加单位竖向均布荷载,计算得到每种情况下的结构挠度,结果如图 3 所示。

从图 3 可以得出,以上 6 种情况的平板空腹结构均存在一个最合理的结构高度 h_0 ,使结构刚度最大,变形最小。同时将 6 条曲线对比分析可知,平板空腹结构的最合理高度 h_0 随着上、下弦杆的截面尺寸增大而逐渐减小。

2.2 改变竖腹杆截面尺寸

对图 2 的计算模型,上、下弦尺寸为 250 mm × 300 mm。竖腹杆截面尺寸有 250 mm × 250 mm, 280 mm × 280 mm, 300 mm × 300 mm, 320 mm × 320 mm, 350 mm × 350 mm 等 5 种情况。对每种情况,结构的高度依次从 1.0 m 逐渐递增至 3.5 m,建立相应的 ANSYS 模型,施加单位竖向均布荷载,计算相应结构的挠度,结果如图 4 所示。

从图 4 中可得出,无论竖腹杆截面尺寸采用哪种情况,平板空腹结构均存在一个最合理结构高度 h_0 ,使结构的刚度最大,变形最小。同时对 5 条曲线对比分析发现,平板空腹结构的最合理结构 h_0 随着竖腹杆的截面尺寸增大而逐渐增大。

3 算例对比分析

图 2 中的平板空腹结构 ANSYS 计算模型, x, y 向各榀空腹桁架参数设置完全一致,节点荷载在 2 个方向的分配只与 x, y 向各榀空腹桁架的刚度值相关,而与构件的尺寸取值无关,因此对图 2 的 ANSYS 模型的 11 种截面情况而言,节点的荷载分配相同。

图 2 为单位均布竖向荷载作用下的双轴对称平板空腹结构,且空腹结构的变形取决于中间榀桁架的变形,因此仅需根据交叉点处挠度相等的原则求出 x 向中间榀空腹桁架节点荷载的情况,其荷载分布情况如图 5 所示,对应的节点荷载值如表 1 所示。

代入式(3)求中间榀桁架的最合理高度值 h_0 ,中间榀桁架各节间的几何参数完全一致,则式(3)可变为

$$h = h_0 = \sqrt[3]{\frac{\sum_{i=1}^R \left[\frac{4m_i}{E_i A_i} \right]}{\sum_{i=1}^R \left[\frac{a_i k n_i}{24 E_i I_{iv}} \right]}} = \sqrt[3]{\frac{96 I_V}{a k A}} \times \frac{m}{n} \quad (4)$$

其中: $a = 1.5 \text{ m}, k = 1.2, m = \int \overline{M} M_P ds, n =$

$\int \overline{F}_Q F_{QP} ds$ (m, n 由中间榀所受的外部荷载决定),对图 2 中 ANSYS 模型的 11 种截面情况而言,中间榀桁架的荷载分配完全相同,则 m, n 也相同。 m, n 由图乘法可以求得,中间榀空腹桁架对应的内力如图 6 所示。

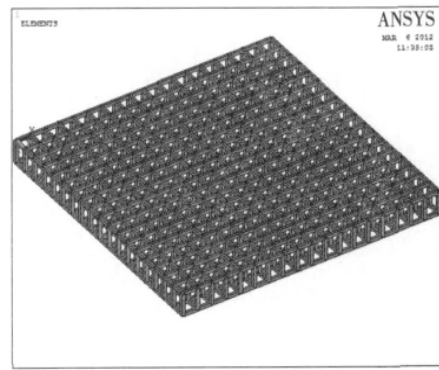


图 2 平板空腹结构 ANSYS 模型

Fig. 2 Finite element model of flat vierendeel structure

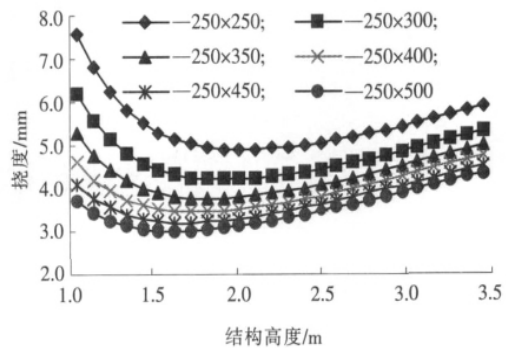


图 3 改变上、下弦截面尺寸时平板空腹结构挠度变化曲线

Fig. 3 Diagram of deformation vs. structural height for various upper and lower chords dimensions

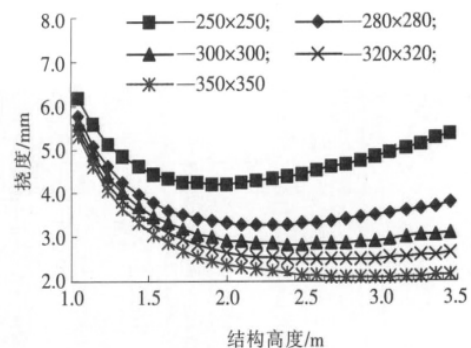


图 4 改变竖腹杆截面尺寸时平板空腹结构挠度变化曲线

Fig. 4 Diagram of deformation vs. structural height for altered upright members dimensions

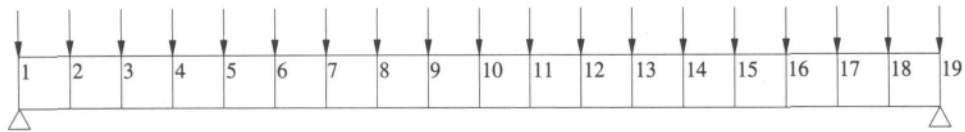


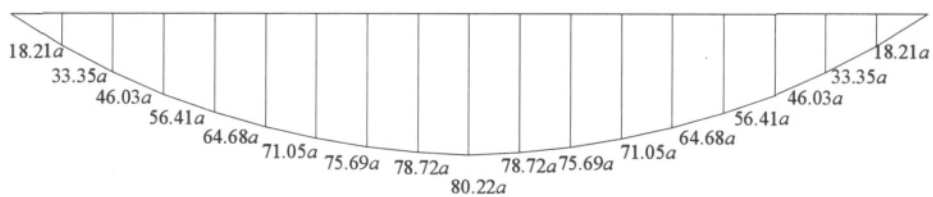
图5 中间槲空腹桁架计算模型

Fig. 5 Model of the middle vierendeel truss

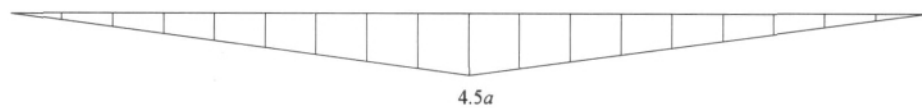
表1 中间槲桁架的节点荷载

Tab. 1 Node loads for the middle vierendeel truss

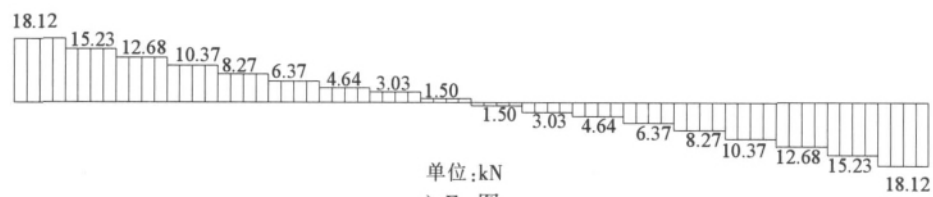
节点号	荷载值 /kN	节点号	荷载值 /kN	节点号	荷载值 /kN	节点号	荷载值 /kN	节点号	荷载值 /kN
1(19)	2. 250	3(17)	2. 543	5(15)	2. 098	7(13)	1. 736	9(11)	1. 528
2(18)	2. 893	4(16)	2. 313	6(14)	1. 903	8(12)	1. 608	10	1. 500



单位:kN·m
a) M_p 图



单位:kN·m
b) \bar{M} 图



单位:kN
c) F_{Qp} 图



单位:kN
d) \bar{F}_Q 图

图6 中间槲空腹桁架内力图

Fig. 6 Diagrams of internal forces distribution in middle truss

由结构力学的图乘法可得： $m = \int \bar{M}M_p ds = 2706.45a^3$ ； $n = \int \bar{F}_Q F_{Qp} ds = 80.21a$ 。

将 m, n 代入式(4) 即可得到中间槲空腹结构的最合理结构高度 h_0 ，即整个平板空腹结构的最合理结构高度，取为 h_{02} ，此时结构的刚度最大，变形最小。与前面 11 种截面情况 ANSYS 模型分析得出的最合理高度 h_{01} 进行对比，见表 2。

表2 解析法与有限元法得到的最合理高度值对比
Tab.2 Comparison between analytical method and FEM for reasonable height

上、下弦截面/(mm×mm)	竖腹杆截面/(mm×mm)	A/m^2	$I_V \times 10^3/m^4$	h_{01}/m	h_{02}/m
250×500		0.125 0		1.7	2.2
250×450		0.112 5		1.8	2.3
250×400		0.100 0		1.9	2.4
250×350	250×250	0.087 5	0.326	2.0	2.5
250×300		0.075 0		2.1	2.6
250×250		0.062 5		2.2	2.7
	250×250		0.326	2.1	2.6
	280×280		0.512	2.4	3.0
250×300	300×300	0.075 0	0.675	2.6	3.3
	320×320		0.874	2.9	3.6
	350×350		1.251	3.3	4.0

由表2可得,将解析法推导的最合理结构高度计算公式(3)得到的最合理结构高度 h_{02} 与采用ANSYS有限元法得到的最合理结构高度 h_{01} 进行对比,误差为20%左右,可为设计人员初选截面尺寸时提供一定的依据。

4 结 论

通过解析法和ANSYS模拟计算,可以得出如下结论。

- 1)任一平板空腹结构均在一个最合理的结构高度,使结构刚度最大,变形最小。
- 2)总结出了平板空腹结构的主要几何参数对最合理结构高度的影响规律,比如结构最合理高度随着上、下弦截面尺寸增大而逐渐减小,但随着竖腹杆截面尺寸增大而逐渐增大,此规律可为工程设计人员进行初步设计时调整最合理结构高度值,为设计所用提供一定依据。
- 3)运用解析推导了平板空腹结构最合理结构高度的表达式,并通过与ANSYS算例对比,误差为20%左右。此计算公式可用于实际工程中,可为工程设计人员进行初步设计时利用最合理高度来优化结构刚度、降低造价提供一定的依据。但最合理结构高度计算公式推导过程中由引入假定造成的20%误差,有待进一步修正并精确。

参考文献:

- [1] 董石麟. 空间结构的发展历史、创新、形式分类与实践应用[J]. 空间结构(Spatial Structures), 2009, 15(3): 22-43.
- [2] 马克俭, 张华刚, 郑 涛. 新型建筑空间网格结构理论与实践[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
- [3] 黄 勇, 马克俭, 张华刚. 钢筋混凝土空腹夹层板楼盖体系的研究与应用[J]. 建筑结构学报(Journal of Building Structures), 1997, 18(6): 55-64.
- [4] 董石麟, 马克俭, 严 慧, 等. 组合网架结构与空腹网架结构[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1992.
- [5] 张定华. 空间平板网架交叉梁系的荷载分配法[J]. 贵州工业大学学报(自然科学版)(Journal of Guizhou University of Technology(Natural Science Edition)), 1986, 15(4): 53-63.
- [6] 肖 南, 位翠霞, 管海峰. 空腹桁架刚度分析及合理尺寸的确定[A]. 第四届海峡两岸结构与岩土工程学术研讨会论文集[C]. 杭州: 浙江大学出版社, 2007. 633-635.
- [7] 董石麟, 罗尧治, 赵 阳, 等. 新型空间结构分析、设计与施工[M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.