

文章编号:1008-1542(2012)04-0351-04

变截面框剪结构二阶效应分析的精细积分法

张 华, 位翠霞, 黄 鹏

(河北科技大学建筑工程学院, 河北石家庄 050018)

摘 要:采用分段连续化方法,建立了变截面框架-剪力墙结构二阶效应分析的连续化计算模型。引入状态变量的概念,导出对每段结构考虑二阶效应时的状态空间方程,用状态空间理论的方法求出了状态向量表达式,并结合结构的边界条件用精细积分法求出了初始状态向量,最终得到变截面框剪结构考虑二阶效应时各部分的变形和内力。文末给出了数值算例,并与其他算法的结果进行了比较。

关键词:框架-剪力墙结构;二阶效应;精细积分法

中图分类号:TU311 文献标志码:A

Precise integration method in second-order analysis of variable cross-section frame-shear wall structures

ZHANG Hua, WEI Cui-xia, HUANG Li

(College of Civil Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract: By using the piecewise continuum technique, a continuous computational model is developed for second-order analysis of variable cross-section frame-shear wall structure. By introducing the concept of state vectors, the state space equations of every segment in second-order analysis are derived, then the state vector expression can be calculated according to the state space theory, and the initial state vector can be obtained according to the boundary conditions of the structure by using the precise integration method. The displacements and internal forces of each member can be derived as well. The numerical example is shown and the result is compared with that of other methods.

Key words: frame-shear wall structures; second-order effect; precise integration method

随着建筑物不断向高处发展,结构的侧向刚度相对减小,结构自重越来越大,所以高层建筑中竖向荷载与水平荷载相互影响的二阶效应分析变得非常重要^[1]。框架-剪力墙结构作为传统的结构体系之一,其计算理论发展得比较成熟^[2-3],但对于变截面框剪结构的简化计算尚有待于进一步完善。笔者拟沿用传统假设,采用分段连续化模型^[2],把结构看成变截面剪弯梁,总剪力墙采用弯曲梁模型,总框架采用剪切梁模型^[4],总框架和总剪力墙之间由连梁连接,且将连梁看成是沿高度分布的连续栅片^[5-6]。对上述模型建立二阶分析的状态空间表达式并进行求解,以期得到一种简单实用的计算方法。

1 二阶分析的状态空间表达式

高层框剪结构的梁柱截面尺寸或材料强度等级往往沿竖向分阶段变化,形成多阶变截面结构。为了简

收稿日期:2011-12-16;责任编辑:冯 民

基金项目:石家庄市科学研究与发展计划项目(11123511)

作者简介:张 华(1977-),女,河南汝南人,讲师,硕士,主要从事高层建筑简化计算方面的研究。

化计算,并充分考虑多阶变截面的影响,将结构沿竖向分阶段连续化,每一阶段内结构为等截面,并假定仅在楼层标高处作用竖向荷载,将结构分成 n 段,如图 1 所示。

设结构的总高度为 H ,第 $i(i=1,2,\dots,n)$ 段结构总剪力墙的抗弯刚度 $D_{wi}=E_{wi}I_{wi}$,弯矩为 M_w ,剪力为 Q_w ,总框架的剪切刚度为 C_{fi} ,剪力为 Q_f ,总连梁的等效剪切刚度为 C_{li} ,它们的定义及求法见文献[5],总剪力墙及总框架的轴向压力分别为 N_{wi},N_{fi} 。将结构沿连梁的反弯点切开后,取第 i 层结构中一微段 dz 进行分析,剪力墙和框架的受力分析见图 2。其中 $t(z)$ 为连梁上的分布剪力(为了不使图形紊乱,将其画在微段旁边), $m(z)$ 为分布剪力对剪力墙产生的分布约束弯矩。

对微段剪力墙(图 2a))建立力矩平衡方程并略去二阶微量为

$$\sum M = N_{wi} dy + Q_w dz - m(z) dz + dM_w = 0. \quad (1)$$

根据文献[5],有

$$m(z) = C_{li} \frac{dy}{dz}. \quad (2)$$

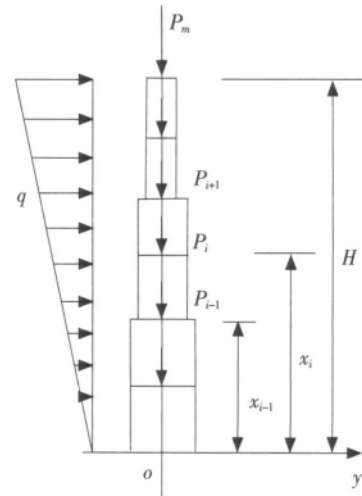


图 1 结构计算简图

Fig. 1 Computational model of structure

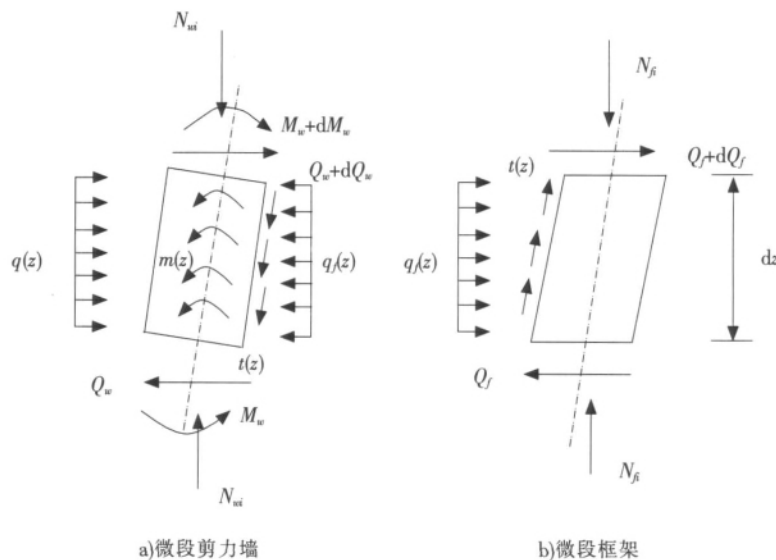


图 2 微段结构受力分析

Fig. 2 Force analysis of micro-segment structure

再对微段框架(图 2b))分析,据框架剪切刚度的定义,考虑二阶效应时:

$$Q_f = C_{fi} \frac{dy}{dz} - N_{fi} \frac{dy}{dz}. \quad (3)$$

又有:

$$N_i = N_{wi} + N_{fi}, \quad Q = Q_f + Q_w. \quad (4)$$

由式(1)—式(4)联立可得:

$$\frac{dM_w}{dz} = -Q + (C_{fi} + C_{li} - N_i) \frac{dy}{dz}. \quad (5)$$

再结合微段结构的整体分析可知:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dz} = \theta, \\ \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{D_{w1}} M_w, \\ \frac{dM_w}{dz} = -Q + (C_{fi} + C_{li} - N_i) \frac{dy}{dx}, \\ \frac{dQ}{dz} = -q(z). \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)中各变量均无量纲化,即令 $\xi = \frac{z}{H}$; $\alpha_i^2 = \frac{H^2(C_{fi} + C_{li} - N_i)}{D_{w1}}$, 其中 D_{w1} 为第1段结构中剪力墙的抗弯刚度;再令 $\{X\} = \left[\frac{y}{H} \quad \theta \quad \frac{H}{D_{w1}} M_w \quad \frac{H^2}{D_{w1}} Q \right]^T$, 式(6)可写成矩阵形式:

$$\frac{d\{X\}}{d\xi} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_i^2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{X\} - \frac{H^3}{D_{w1}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q(\xi) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

将式(7)简写为

$$\frac{d\{X\}}{d\xi} = [A_i]\{X\} + [B(\xi)]. \quad (8)$$

式(8)即为变截面框剪结构二阶分析时第 i 段结构的状态空间表达式。其中 $\{X\}$ 为二阶分析时的状态向

$$\text{量}, [A_i] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha_i^2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{为系统矩阵}, [B(\xi)] = -\frac{H^3}{D_{w1}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q(\xi) \end{bmatrix} \text{为输入向量}.$$

2 状态转移矩阵及其计算

式(8)解的形式可记为

$$\{X(\xi)\} = e^{[A_i](\xi-\xi_{i-1})} \{X_{i-1}\} + \int_{\xi_{i-1}}^{\xi} e^{[A_i](\xi-\tau)} B(\tau) d\tau. \quad (9)$$

式中 $\{X_{i-1}\}$ 为第 i 段结构底部的总位移、转角、剪力墙的弯矩和结构的总剪力经无量纲化后形成的状态向量。

令 $\{\bar{X}\} = \{\{X\}^T \quad 1\}^T$, $[N_i(\xi - \xi_{i-1})] = e^{[A_i](\xi-\xi_{i-1})}$, 设

$$[\bar{N}_i(\xi - \xi_{i-1})] = \begin{bmatrix} [N_i(\xi - \xi_{i-1})] & \int_{\xi_{i-1}}^{\xi} e^{[A_i](\xi-\tau)} B(\tau) d\tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{则式(9)可用矩阵形式表示为} \quad (10)$$

$$\{\bar{X}(\xi)\} = [\bar{N}_i(\xi - \xi_{i-1})] \{\bar{X}_{i-1}\}, \xi_{i-1} \leq \xi \leq \xi_i.$$

式(10)中的 $[\bar{N}_i(\xi - \xi_{i-1})]$ 即为变截面框剪结构二阶效应分析的状态转移矩阵。

在状态转移矩阵的计算过程中,重点要解决的是指数矩阵 $e^{[A_i](\xi-\xi_{i-1})}$ 及指数矩阵的积分 $\int_{\xi_{i-1}}^{\xi} e^{[A_i](\xi-\tau)} B(\tau) d\tau$ 的计算问题。笔者对 $e^{[A_i](\xi-\xi_{i-1})}$ 的计算采用幂级数展开的形式,即

$$e^{[A_i](\xi-\xi_{i-1})} = E + [A_i](\xi - \xi_{i-1}) + \frac{([A_i](\xi - \xi_{i-1}))^2}{2!} + \dots, \quad (11)$$

在计算过程中,采用一定的技巧,使计算简化且求得的结果能满足精度要求。

对 $\int_{\xi_{i-1}}^{\xi} e^{[A_i](\xi-\tau)} B(\tau) d\tau$ 的计算也采用数值方法,将每段结构上作用的分布荷载简化为作用于该段顶端的集中荷载,再结合奇异函数(δ 函数)的性质,即可得到该数值积分的近似解,只要结构计算时的分段合理,该数值计算的结果是能够满足精度要求的。

3 结构的位移与内力计算

对式(10),令 $[\bar{N}_i] = [\bar{N}_i(\xi_i - \xi_{i-1})]$,可得

$$\{X_i\} = [\bar{N}_i]\{X_{i-1}\}, \quad (12)$$

则矩阵 $[\bar{N}_i]$ 就是变截面框剪结构二阶分析时第*i*段结构的状态转移矩阵,再利用递推式(12)可得

$$\{X(1)\} = [\bar{N}_n][\bar{N}_{n-1}] \cdots [\bar{N}_1]\{X(0)\}, \quad (13)$$

记 $[\bar{N}] = [\bar{N}_n][\bar{N}_{n-1}] \cdots [\bar{N}_1] = [\bar{n}_{ij}]_{5 \times 5}$,五阶方阵 $[\bar{N}]$ 即为结构的整体状态转移矩阵。即

$$\{X(1)\} = [\bar{N}]\{X(0)\}. \quad (14)$$

结构的边界条件为

$$\begin{cases} M_w(1) = 0, Q(1) = 0; \\ y(0) = 0, \theta(0) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

由式(14)及边界条件式(15)联立,可以建立一个二元一次方程组,求解这组方程即可确定出结构的初始向量 $\{X(0)\}$,进而可以求出结构任一高度处的内力和变形。

4 算例

某20层框剪结构,层高 $h = 4.2$ m,总高度 $H = 84$ m,建筑物总重力 $G = 305\,760$ kN,经计算 $D_w = 7.00 \times 10^9$ kN·m², $C_f = 3.59 \times 10^6$ kN, $C_l = 1.68 \times 10^6$ kN。建筑物承受倒三角形分布水平荷载作用,顶部的荷载集度 $q = 250$ kN/m。按本文计算方法计算的部分楼层的水平位移和内力见表1,并与文献[6]的计算结果加以比较。

表1 结构的水平位移及内力

Tab.1 Lateral displacements and internal forces

标高/m	结构侧移/mm		总剪力墙弯矩 $\times 10^{-3}$ / (kN·m)	总剪力墙剪力 $\times 10^{-3}$ / kN	总框架剪力 $\times 10^{-3}$ / kN
	文献[6]结果	本文计算结果			
84.0	56.0	56.7	0	-3.648	2.638
79.8	49.9	50.5	22.3	-1.728	2.692
67.2	43.7	44.1	29.9	-0.105	2.810
58.8	37.1	37.3	24.7	1.301	2.932
50.4	30.3	30.4	8.4	2.562	3.007
42.0	23.3	23.4	-18.1	3.741	2.989
33.6	16.6	16.6	-54.4	4.898	2.837
25.2	10.3	10.3	-100.5	6.089	2.507
16.8	5.0	5.0	-157.0	7.375	1.956
0	0	0	-306.8	10.5	0

从表1中可以看出,2种计算方法求出的结果非常接近。文献[6]是先建立二阶分析的微分方程,然后用差分法来求解,笔者是先写出状态空间表达式的矩阵形式解,然后只需在MATLAB中简单编程即可求出结构在任一位置处的变形和内力。由此可见,笔者提出的变截面框剪结构的二阶效应分析方法思路简捷,计算方便,精度较高,是一种合理实用的简化计算方法。

参考文献:

- [1] 肖从真,王翠坤,张维嶽.高层建筑的重力二阶效应分析方法与主要影响因素[J].建筑科学(Building Science),2003(8):14-16.
- [2] 胡启平,孙建梅.变截面框架-剪力墙结构的自由振动[J].工业建筑(Industrial Construction),2002(7):76-80.
- [3] 董庆,林雁.框架-剪力墙结构的简化分析方法[J].山西建筑(Shanxi Architecture),2008(9):98-99.
- [4] 梁启智,谢理.框-剪结构的二阶分析[J].建筑结构学报(Journal of Building Structures),1986,7(5):1-8.
- [5] 包世华.新编高层建筑结构[M].第2版.北京:中国水利水电出版社,2005.
- [6] 叶文洪,梁启智.考虑二阶效应时框剪结构的简化分析[J].工程力学(Engineering Mechanics),1999,16(1):26-34.