

文章编号:1008-1542(2012)04-0309-04

# 基于有效介质理论碳纤维的介电常数计算

秦思良<sup>1</sup>, 王庆国<sup>1</sup>, 曲兆明<sup>1</sup>, 雷忆三<sup>2</sup>

(1. 军械工程学院静电与电磁防护研究所, 河北石家庄 050003; 2. 中国电子科技集团第 33 研究所, 山西太原 030006)

**摘要:**采用 M-G 方程、Bruggeman 方程和广义 M-G 方程计算了复合材料内碳纤维的介电常数。结果表明:当纤维长径比较大时,3 个方程均可以计算出碳纤维的介电常数,并且数量级和趋势保持一致;广义 M-G 和 M-G 方程的计算结果较为一致,而 Bruggeman 方程则小于其余两者的计算结果;当碳纤维浓度上升至渗流浓度附近时,3 个方程计算结果均出现一定程度的偏离,表明 3 个方程均适用于低浓度情况。

**关键词:**M-G 方程; Bruggeman 方程; 广义 M-G 方程; 介电常数; 碳纤维

中图分类号: TM153<sup>+</sup>.5 文献标志码: A

## Calculation on permittivity of carbon fiber based on effective medium theory

QIN Si-liang<sup>1</sup>, WANG Qing-guo<sup>1</sup>, QU Zhao-ming<sup>1</sup>, LEI Yi-san<sup>2</sup>

(1. Institute of Electrostatic and Electromagnetic Protection, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang Hebei 050003, China; 2. The 33rd Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Taiyuan Shanxi 030006, China)

**Abstract:** The permittivity of carbon fibers in different composites is calculated and discussed by using M-G equations, Bruggeman equations and generalized M-G equation. Results show that for high draw ratio fibers, all the three equations can calculate out the permittivity with the same numerical level and variation trend. Generalized M-G equation and M-G equation have a similar result but Bruggeman's result is smaller. All three equations become invalidation when fibers' concentration reaches its percolation threshold, which means that all three equations are useful at low concentration.

**Key words:** M-G equation; Bruggeman equation; generalized M-G equation; permittivity; carbon fiber

近年来随着电子器件的广泛应用,空间电磁环境变得日益复杂,人们对于高效电磁防护材料的需求日益迫切<sup>[1-3]</sup>。然而,在材料应用过程中,单一的电磁屏蔽材料难以同时满足低、中、高频率范围内电磁屏蔽的要求,研究发现可采用电磁材料核壳复合、多元成分屏蔽剂共混、多层涂层复合的技术获得性能更优异的新型屏蔽复合材料<sup>[4-6]</sup>。电磁屏蔽复合材料的屏蔽性能取决于其内部的填充颗粒,特别是具有各向异性的填充粒子对复合材料的有效性能影响十分显著。应用复合材料宏观有效性能的预测理论往往要求填料的本征参数为已知,因此准确测得填料本身的电磁参数对于电磁防护材料的设计具有重要意义<sup>[7-8]</sup>。许多粉体填料(如短碳纤维、球形玻璃微珠等)的电磁参数无法直接测得,往往需要添加到另一种基质中进行测试,然后通过相应公式计算反推得到填料本身的电磁参数<sup>[9]</sup>。因此,选择合适的公式模型对于准确预测填料本身电磁参数的准确性具有重要意义。

收稿日期:2012-03-19;修回日期:2012-05-01;责任编辑:张士莹

基金项目:装备预研基金资助项目(9140A31030110JB3403)

作者简介:秦思良(1987-),男,河南焦作人,硕士研究生,主要从事电磁防护理论与技术方面的研究。

笔者基于经典的有效介质理论,应用 M-G 方程、Bruggeman 方程<sup>[10]</sup> 以及基于变分法得到的广义 M-G 方程<sup>[11-12]</sup>,由不同浓度复合材料介电常数的测试值反推碳纤维本身的介电常数。通过比较不同浓度下的 3 个方程计算得到碳纤维本身的介电常数,确定了不同公式的适用条件,对于准确预测碳纤维的介电常数具有一定的理论价值和参考意义。

## 1 理论分析

M-G 方程、Bruggeman 方程和广义 M-G 方程的提出分别有各自不同的理论依据和相应假设。M-G 方程假设颗粒分布为弥散微结构,即填料颗粒嵌入到基质颗粒中,不考虑颗粒之间相互作用,有效介电常数满足式(1)要求:

$$\frac{\epsilon_{\text{cef}} - \epsilon_1}{L_z \epsilon_{\text{cef}} + (1 - L_z) \epsilon_1} = f \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{L_z \epsilon_2 + (1 - L_z) \epsilon_1} \quad (1)$$

式中: $\epsilon_1$  为基质介电常数; $\epsilon_2$  为填料介电常数; $f$  为填料积分数; $L_z$  为轴向形状因子。

对于长椭球、长径比大于 1 的情况, $a_1 = a_2$  为半径, $a_3$  为轴向长度, $L_z$  计算式见式(2)。

$$L_z = \frac{1}{4(1 - \gamma^2)^{3/2}} \left( 2\sqrt{1 - \gamma^2} - \gamma^2 \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \gamma^2}}{1 - \sqrt{1 - \gamma^2}} \right), \gamma = \frac{a_1}{a_3} = \frac{a_2}{a_3} \quad (2)$$

相对于 M-G 方程,Bruggeman 方程将基质也定义为填充相,即填充相和基体相具有同等作用,因此在偏离渗流阈值的范围内,该方程是足够合理的,其表达式为

$$f \frac{\epsilon_1 - \epsilon_{\text{cef}}}{L_z \epsilon_1 + (1 - L_z) \epsilon_{\text{cef}}} + (1 - f) \frac{\epsilon_2 - \epsilon_{\text{cef}}}{L_z \epsilon_2 + (1 - L_z) \epsilon_{\text{cef}}} = 0 \quad (3)$$

广义 M-G 方程考虑到颗粒分布因素及颗粒间相互作用对于有效介电常数的影响,引入分布形状因子,给出了基于变分法的多相复合材料介电常数预测公式,见式(4)。式(4)中  $L_v$  为颗粒在基质中分布形状因子,当颗粒均匀分布时, $L_v \approx 0$ 。

$$\epsilon_{\text{cef}} = \epsilon_1 + \epsilon_1 \cdot \left( \frac{\epsilon_1 \cdot (\epsilon_2 - \epsilon_1)^{-1} + L_z - L_v}{f} \right)^{-1} \quad (4)$$

## 2 算例验证

为了比较 3 种不同方法对于碳纤维介电常数的预测情况,笔者针对复合材料中短碳纤维的介电常数进行了预测。通过实验测得质量分数分别为 0.1, 0.2, 0.3 时复合材料的介电常数,测试带宽均为 30 MHz ~ 6 GHz。基质材料为石蜡,介电常数  $\epsilon_1 = 2.2$ ,短碳纤维直径为 9  $\mu\text{m}$ ,长 4 mm。采用 3 种公式计算碳纤维的介电常数,如图 1—图 5 所示,其中图 1—图 4 中  $\lg \epsilon$  表示介电常数实部的对数值,图 5 中  $\lg \epsilon'$  表示介电常数虚部的对数值。

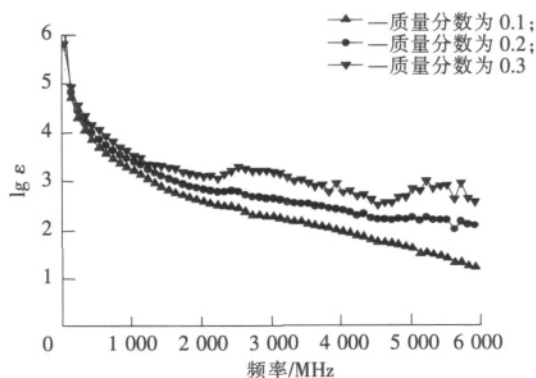


图 1 使用 M-G 方程计算不同质量分数下碳纤维介电常数

Fig. 1 Dielectric constant of carbon fiber at different concentrations calculated by M-G equation

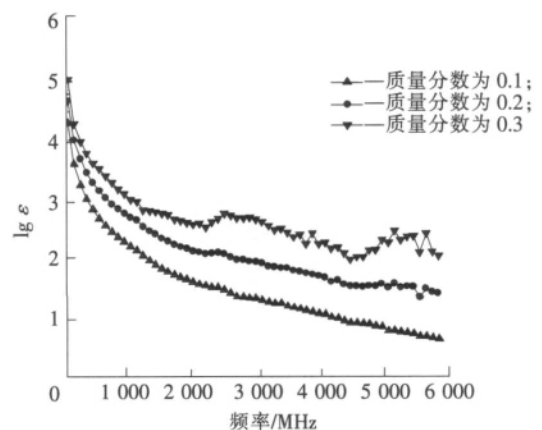


图 2 使用 Bruggeman 方程计算不同质量分数下碳纤维介电常数

Fig. 2 Dielectric constant of carbon fiber at different concentrations calculated by Bruggeman equation

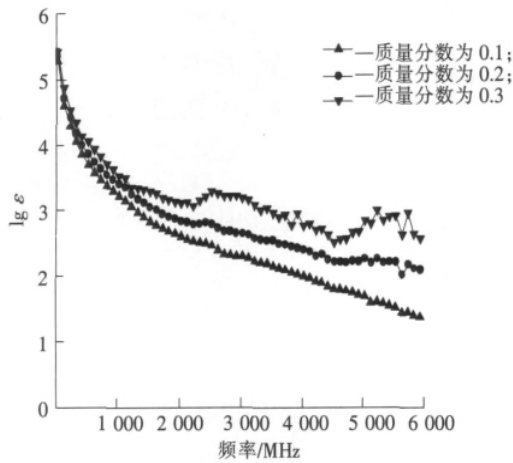


图 3 使用广义 M-G 方程计算不同质量分数下碳纤维介电常数

Fig. 3 Dielectric constant of carbon fiber at different concentrations calculated by generalized M-G equation

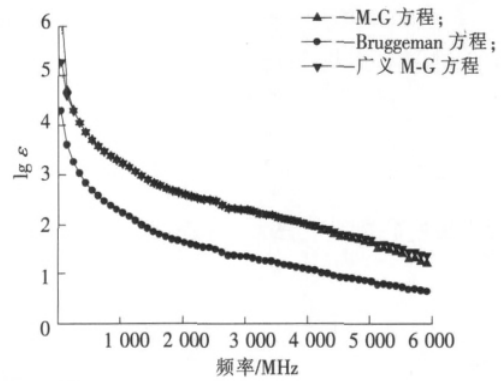


图 4 碳纤维质量分数为 0.1 时不同方程计算碳纤维介电常数的实部

Fig. 4 Real part of dielectric constant of carbon fiber at concentration of 0.1 calculated by different equations

### 3 结果分析

由图 1—图 3 可以看出,碳纤维质量分数为 0.1 和 0.2 时, M-G 方程、Bruggeman 方程和广义 M-G 方程由不同浓度复合材料计算碳纤维介电常数的结果趋势一致,但是 M-G 方程和广义 M-G 方程的计算值差异要小于 Bruggeman 方程的计算值差异。碳纤维质量分数为 0.3 时,3 个方程反推碳纤维的介电常数趋势发生明显变化,在局部频段出现数值上升。这是因为当碳纤维质量分数为 0.3 时碳纤维之间出现了搭接和聚集,复合材料电磁性能发生渗流突变,3 个方程在渗流区域均出现不同程度的失效<sup>[13-14]</sup>。

由图 4、图 5 可以发现, M-G 方程和广义 M-G 方程计算的碳纤维介电常数实部非常接近,而虚部在高频段出现一定分离,而 Bruggeman 方程的计算值要低于 M-G 方程和广义 M-G 方程。上述情况可以进行理论上的解释。对于算例中的纤维,  $L_z = 1.850 2 \times 10^{-5} \approx 0$ , 假设碳纤维均匀分布,  $L_v \approx 0$ , 则广义 M-G 方程变为

$$\epsilon_{\text{cef}} = \epsilon_1 + \epsilon_1 \cdot \left( \frac{\epsilon_1 \cdot (\epsilon_2 - \epsilon_1)^{-1} + L_z - L_v}{f} \right)^{-1} = \epsilon_1 + f \cdot (\epsilon_2 - \epsilon_1) \tag{5}$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 + \frac{\epsilon_{\text{cef}} - \epsilon_1}{f} \tag{6}$$

而 M-G 方程变为

$$0 = \frac{\epsilon_{\text{cef}} - \epsilon_1}{L_z \epsilon_{\text{cef}} + (1 - L_z) \epsilon_1} - f \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{L_z \epsilon_2 + (1 - L_z) \epsilon_1} = \frac{\epsilon_{\text{cef}} - \epsilon_1}{\epsilon_1} - f \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_1} \tag{7}$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 + \frac{\epsilon_{\text{cef}} - \epsilon_1}{f} \tag{8}$$

当  $\epsilon_{\text{cef}} \gg \epsilon_1$  时,  $\epsilon_2 \approx \frac{\epsilon_{\text{cef}}}{f}$ 。由此可见,对于长径比远大于 1 并且均匀分布的碳纤维, M-G 方程和广义 M-G 方程的计算结果基本一致。而 Bruggeman 方程变为

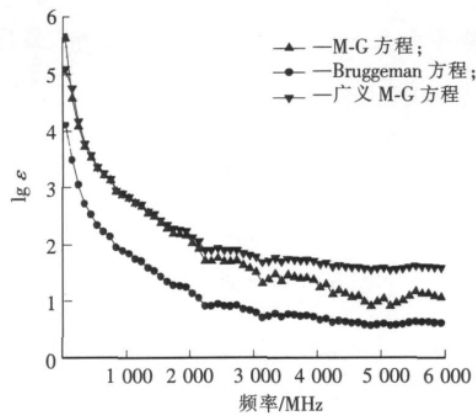


图 5 碳纤维质量分数为 0.1 时不同方程计算碳纤维介电常数的虚部

Fig. 5 Imaginary part of dielectric constant at concentration of 0.1 calculated by different equations

$$0 = f \frac{\epsilon_1 - \epsilon_{\text{cef}}}{L_z \epsilon_1 + (1 - L_z) \epsilon_{\text{cef}}} + (1 - f) \frac{\epsilon_2 - \epsilon_{\text{cef}}}{L_z \epsilon_2 + (1 - L_z) \epsilon_{\text{cef}}} = f \frac{\epsilon_1 - \epsilon_{\text{cef}}}{\epsilon_{\text{cef}}} + (1 - f) \frac{\epsilon_2 - \epsilon_{\text{cef}}}{\epsilon_{\text{cef}}}, \quad (9)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_{\text{cef}} - f \epsilon_1}{1 - f}. \quad (10)$$

当  $\epsilon_{\text{cef}} \gg \epsilon_1$  时,  $\epsilon_2 \approx \frac{\epsilon_{\text{cef}}}{1 - f}$ 。因此当碳纤维质量分数小于 0.3, 长径比远大于 1, 并且复合材料的介电常数远大于基质的情况下, M-G 方程和广义 M-G 方程的计算结果将高于 Bruggeman 方程。这与数值计算结果一致。

## 4 结 论

1) 碳纤维浓度较低时, M-G 方程、Bruggeman 方程和广义 M-G 方程均可以由复合材料介电常数计算出纤维介电常数, 计算结果有一定差别, 但是趋势保持一致。

2) M-G 方程和广义 M-G 方程由不同浓度复合材料计算纤维介电常数时, 不同浓度计算结果差异性要小于由 Bruggeman 方程计算得到的结果。

3) 对于碳纤维长径比远大于 1 并且均匀分布的复合材料, 广义 M-G 方程和 M-G 方程碳纤维介电常数计算结果较为一致, 而 Bruggeman 方程的碳纤维介电常数计算结果要小于广义 M-G 方程和 M-G 方程。

4) 当碳纤维浓度达到渗流浓度以后, 3 种方程均出现不同程度的失效。

## 参考文献:

- [1] 王祖鹏, 于名讯, 潘士兵. 复合材料电磁参数计算的理论研究进展[J]. 材料导报 (Materials Review), 2009, 23(11): 246-249.
- [2] 陈小林, 成永红, 吴 锴, 等. 两相复合材料等效复介电常数的计算[J]. 自然科学进展 (Progress in Natural Science), 2009, 19(5): 532-536.
- [3] 马 静, 陈维视, 李 军. 碳纳米管的结构及应用前景[J]. 河北科技大学学报 (Journal of Hebei University of Science and Technology), 2004, 25(3): 30-33.
- [4] 邵寒梅, 官建国, 王一龙, 等. 电磁波屏蔽复合材料的研究进展[J]. 安全与电磁兼容 (Safety & EMC), 2008(1): 65-69.
- [5] 夏艳平, 陶 宇, 张国庆, 等. 填料形貌对导热胶渗流阈值的影响研究[J]. 功能材料 (Journal of Functional Materials), 2010, 41(增): 357-364.
- [6] 孙世清, 毛 磊, 刘宗茂, 等.  $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-Cu}$  和  $\text{C-Cu}$  复合材料研究进展[J]. 河北科技大学学报 (Journal of Hebei University of Science and Technology), 2011, 22(1): 177-182.
- [7] 魏书华, 王晓军, 陈雪英. 混凝土受弯构件加固中碳纤维的设计和應用[J]. 河北科技大学学报 (Journal of Hebei University of Science and Technology), 2011, 32(2): 177-182.
- [8] 陶 宇, 夏艳平, 张国庆, 等. 填料长径比对导电胶渗流阈值的影响[J]. 复合材料学报 (Acta Materiae Compositae Sinica), 2010, 27(6): 213-217.
- [9] 王秀翠, 沈连娟, 孙 袁, 等. 直线加速器同轴负载材料 FeSiAl 的电磁参数测试及仿真[J]. 强激光与粒子束 (High Power Laser and Particle Beams), 2011, 23(1): 170-174.
- [10] 南策文. 非均质材料物理-显微结构-性能关联[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [11] DUAN H L, KARIHALOO B K, WANG J, et al. Effective conductivities of heterogeneous media containing multiple inclusions with various spatial distributions[J]. Physical Review B, 2006, 73: 174-203.
- [12] 高原文, 雷芳明. 吸收剂颗粒界面效应对电磁波吸收性能影响的理论研究[J]. 功能材料 (Journal of Functional Materials), 2009, 40(3): 372-375.
- [13] KHAMFOROUSH M, SHAMS K. Percolation thresholds of a group of anisotropic three-dimensional fracture networks[J]. Physica A, 2007, 385(2): 407-420.
- [14] FLORENT D, DENDIEVEL R, CHAZEAU L, et al. Carbon nanotube-filled polymer composites; Numerical simulation of electrical conductivity in three-dimensional entangled fibrous networks[J]. Acta Materialia, 2006, 54(11): 2 923-2 931.