

文章编号:1008-1542(2012)02-0122-04

基于机构最小阻力定律的旋转型 变自由度机构运动顺序研究

王 峰¹, 闫华军², 陈文庆¹

(1. 北方工程设计研究院工艺设备设计研究所, 河北石家庄 050011; 2. 河北科技大学材料科学与工程学院, 河北石家庄 050018)

摘 要:基于机构最小阻力定律,对平面旋转型变自由度机构在考虑摩擦力、重力等情况下的机构杆件的转动条件进行了分析,提出杆件转动条件的表达式;基于泰勒级数展开式,对转动杆件考虑摩擦时的摩擦力矩进行了线性化处理;以平面五杆机构为例对机构运动顺序进行了分析。

关键词:机构最小阻力定律;平面旋转型变自由度机构;泰勒级数;线性化;平面五杆机构

中图分类号:TH113.2 文献标志码:A

Study on motility of changing degrees of freedom planar rotary mechanism based on minimum resistance law of framework

WANG Feng¹, YAN Hua-jun², CHEN Wen-qing¹

(1. Process Machinery Design and Research Department, Northern Design Institute, Shijiazhuang Hebei 050011, China; 2. College of Material Science and Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract:Based on the minimum resistance law of framework, the rotational principle of pole framework of changing degrees of freedom mechanism (CDFM) is researched into, considering the factors of friction and gravity, and the formula about the rotational principle of pole framework is put forward. Based on Taylor series, the friction torque is linearized in consideration of the friction of the rotational. As an example, the orders of planar five-bar mechanism was analyzed in detail.

Key words:minimum resistance law of framework; changing degrees of freedom rotary planar mechanism; Taylor series; linearize; planar five-bar mechanism

常规机构是指在运动过程中自由度不变的机构;但有一种特殊机构,其自由度在运动过程中是变化的,也称为变自由度机构。

20 世纪 40 年代“虚运动约束副”和“最小耗功原则”的概念^[1]就被应用于机构动力学研究和运动分析,设计了钢材定尺寸机构等自由度可变化的机构。20 世纪 90 年代,国内外学者和专家开始逐步研究变自由度机构。进入 21 世纪以来,变自由度机构成为国内外机构学理论研究的前沿课题,分别从机构构态^[2-5]、拓扑型^[6]、动力学仿真^[7-9]等多方面进行了较为深入的研究。

对变自由度机构各构件之间的运动关系进行机构运动分析和深入研究,能探索出一些新机器、新构形,并为发明新机械和改进现有机械的性能提供有效的理论和方法。

收稿日期:2011-11-23;责任编辑:冯 民

作者简介:王 峰(1980-),男,河北邯郸人,工程师,硕士,主要从事机械传动与机构创新、工艺与非标设备方面的研究。

1 具有转动副的变自由度机构运动顺序分析

1.1 机构最小阻力定律

根据机构确定运动条件可知,机构运动状态确定的条件是机构的自由度数等于机构原动件数;相反,当机构自由度数大于机构原动件数时机构运动状态是不确定的,但这时机构运动也不是无规律可寻的,机构运动的方向为其阻力最小的方向;当机构运动副为转动副时,机构优先转动的方向为其阻力矩最小的方向。这种由机构阻力最小运动副来确定机构运动状态的规律称为机构最小阻力定律。

机构最小阻力定律是变自由度机构的基本定律,是设计变自由度机构的基本依据。实用的变自由度机构可以从机构的阻力方面入手来设计。变自由度机构的运动状态利用最小阻力定律,也可以很方便地得出结论。

1.2 转动副运动关系分析

由机构最小阻力定律可知:当机构的运动副为转动副时,阻力矩最小方向为机构优先转动的方向。考虑摩擦力的机构转动副所受到阻力矩是摩擦力矩,

$$J_f = r f_v \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad (1)$$

式中: r 为转轴半径; f_v 为当量摩擦系数; R_x, R_y 为反力分量。

在外力 P 作用下,以平面五杆二自由度机构为例(图 1 所示),分析各转动副摩擦力矩的大小,确定各构件的先后运动顺序。

各杆重力分别为 $G_i (i=1, 2, 3, 4)$, 长度分别为 $l_i (i=1, 2, 3, 4, 5)$, 所受水平外力为 P , AS 长度为 l_{AS} , 建立坐标系 xOy 各转动副 A, B, C, D, E 处所受的摩擦力矩 $J_{fA}, J_{fB}, J_{fC}, J_{fD}, J_{fE}$ 分别为

$$J_{fA} = r_A f_A \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2}, \quad (2)$$

$$J_{fB} = r_B f_B \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2}, \quad (3)$$

$$J_{fC} = r_C f_C \sqrt{R_{Cx}^2 + R_{Cy}^2}, \quad (4)$$

$$J_{fD} = r_D f_D \sqrt{R_{Dx}^2 + R_{Dy}^2}, \quad (5)$$

$$J_{fE} = r_E f_E \sqrt{R_{Ex}^2 + R_{Ey}^2}. \quad (6)$$

受到驱动力后率先运动的转动副为摩擦力矩最小的转动副。

由上述分析可知:机构所受阻力矩的大小与运动副处的受力、转动副构件间的当量摩擦系数 f_v 和转轴

半径 r 成正比,各转动副所受阻力矩的大小取决于 $r f_v$ 和 $\sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ 的变化。

1.3 摩擦力矩的线性化处理及其误差分析

考虑摩擦力后的受力分析时,需要考虑转动副的摩擦力矩,从而使力的方程组非线性化了,因而考虑摩擦力的机构力分析数学模型是一个非线性方程组。

考虑摩擦后运动副反力在 x, y 方向的分量为 R_x, R_y , 笔者在 $(R_x^0 + R_y^0)$ 点将 $\sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ 展开泰勒级数并取其线性项

$$\sqrt{R_x^2 + R_y^2} \approx A + (R_x - R_x^0) \frac{R_x^0}{A} + (R_y - R_y^0) \frac{R_y^0}{A} = \frac{R_x R_x^0 + R_y R_y^0}{A}, \quad (7)$$

其中 $A = \sqrt{(R_x^0)^2 + (R_y^0)^2}$, 从而线性化摩擦力分析非线性方程组。

如上所述,若按式(7)取线性项进行计算,将带来误差,但这种简化带来的误差很小,原因分析如下:

将 $\sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ 按泰勒级数展开,所带来的误差比较小,特别是当转动轴颈半径较小时,其误差将更小,产生的误差是比 $i = \sqrt{(R_x^2 - R_x^0)^2 + (R_y^2 - R_y^0)^2}$ 更高阶的微量。

考虑摩擦时,由式(2)一式(7)知图 1 平面五杆二自由度机构的转动副所受摩擦力矩分别为

$$J_{fA} = r_A f_A \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \frac{r_A f_A (R_{Ax0} R_{Ax} + R_{Ay0} R_{Ay})}{\sqrt{R_{Ax0}^2 + R_{Ay0}^2}}, \quad (8)$$

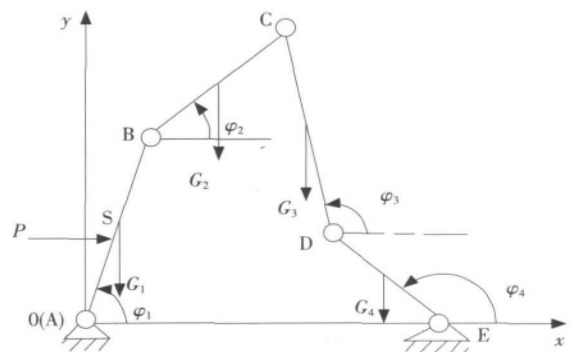


图 1 平面五杆二自由度机构的受力分析
Fig. 1 Force analysis of planar five-bar two-degree freedom mechanism

$$J_{fB} = r_B f_B \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \frac{r_B f_B (R_{Bx0} R_{Bx} + R_{By0} R_{By})}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}}, \quad (9)$$

$$J_{fC} = r_C f_C \sqrt{R_{Cx}^2 + R_{Cy}^2} = \frac{r_C f_C (R_{Cx0} R_{Cx} + R_{Cy0} R_{Cy})}{\sqrt{R_{Cx0}^2 + R_{Cy0}^2}}, \quad (10)$$

$$J_{fD} = r_D f_D \sqrt{R_{Dx}^2 + R_{Dy}^2} = \frac{r_D f_D (R_{Dx0} R_{Dx} + R_{Dy0} R_{Dy})}{\sqrt{R_{Dx0}^2 + R_{Dy0}^2}}, \quad (11)$$

$$J_{fE} = r_E f_E \sqrt{R_{Ex}^2 + R_{Ey}^2} = \frac{r_E f_E (R_{Ex0} R_{Ex} + R_{Ey0} R_{Ey})}{\sqrt{R_{Ex0}^2 + R_{Ey0}^2}}. \quad (12)$$

1.4 杆件转动的条件分析

如图 2 所示,对 BC 杆进行受力分析,设 J_f 为转动副 C 所受到的摩擦力矩, J_z 为 BC 杆所受到的阻力矩, J_q 为 BC 杆件所受到的驱动力矩。

当 BC 杆受到的阻力矩与 BC 杆受到的驱动力矩之差小于机构的转动副 C 所受到的摩擦力矩时,即

$$|J_q - J_z| < J_f, \quad (13)$$

转动副 C 处于相对静止状态。

当 BC 杆受到的阻力矩与 BC 杆受到的驱动力矩之差的绝对值大于机构的转动副 C 所受到的摩擦力矩时,即

$$|J_q - J_z| > J_f, \quad (14)$$

转动副 C 处于相对转动状态。

1.5 平面五杆二自由度机构的受力分析

下面以图 1 所示平面五杆二自由度机构为例,在外力 P 作用下,分析各转动副摩擦力矩的大小,研究确定各构件的运动顺序,探讨哪个构件先运动。

对于构件 AB,

$$\sum F_x = 0, R_{Ax} + R_{Bx} + P = 0, \quad (15)$$

$$\sum F_y = 0, R_{Ay} + R_{By} - G_1 = 0, \quad (16)$$

$$\sum J_D = 0, J_A + J_B - Pl_{SA} \sin \varphi_1 - \frac{G_1 l_1}{2} \cos \varphi_1 - R_{Bx} l_1 \sin \varphi_1 + R_{By} l_1 \cos \varphi_1 = 0. \quad (17)$$

对于构件 BC,

$$\sum F_x = 0, -R'_{Bx} + R_{Cx} = 0, \quad (18)$$

$$\sum F_y = 0, -R'_{Cy} + R_{Cy} - G_2 = 0, \quad (19)$$

$$\sum J_D = 0, -J_B + J_C - \frac{G_2 l_2}{2} \cos \varphi_2 - R_{Cx} l_2 \sin \varphi_2 + R_{Cy} l_2 \cos \varphi_2 = 0. \quad (20)$$

由牛顿第 3 定律可知

$$R_{Ax} = R'_{Ax}, R_{Bx} = R'_{Bx}, R_{Ay} = R'_{Ay}, R_{By} = R'_{By}.$$

当不考虑摩擦时

$$J_A = J_B = J_C = 0, \quad \mathbf{A}_0 \mathbf{R}_0 = \mathbf{F},$$

其中

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -l_1 \sin \varphi_1 & l_1 \cos \varphi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -l_2 \sin \varphi_2 & l_2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_0 = [R_{Ax0} \quad R_{Ay0} \quad R_{Bx0} \quad R_{By0} \quad R_{Cx0} \quad R_{Cy0}]^T.$$

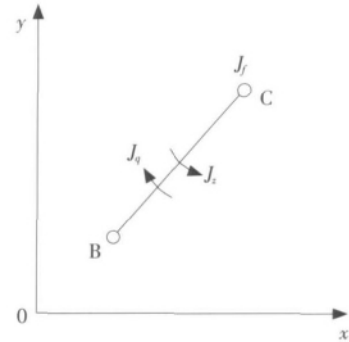


图 2 放大的转动副 C

Fig. 2 Amplified element of pair C

对于构件 CD,

$$\sum F_x = 0, -R_{Cx} + R_{Dx} = 0, \quad (21)$$

$$\sum F_y = 0, -R_{Cy} + R_{Dy} - G_3 = 0, \quad (22)$$

$$\sum J_D = 0, -J_C + J_D + \frac{G_3 l_3}{2} \cos(180^\circ - \varphi_3) + R'_{Dy} l_3 \cos(180^\circ - \varphi_3) - R'_{Cx} l_3 \sin(180^\circ - \varphi_3) = 0. \quad (23)$$

对于构件 DE,

$$\sum F_x = 0, -R_{Dx} + R_{Ex} = 0, \quad (24)$$

$$\sum F_y = 0, -R_{Dy} + R_{Ey} - G_4 = 0, \quad (25)$$

$$\sum J_D = 0, -J_D + J_E + \frac{G_4 l_4}{2} \cos(180^\circ - \varphi_4) + R'_{Dy} l_4 \cos(180^\circ - \varphi_4) - R'_{Cx} l_4 \sin(180^\circ - \varphi_4) = 0. \quad (26)$$

由牛顿第 3 定律可知

$$R_{Dx} = R'_{Dx}, \quad R_{Dy} = R'_{Dy}.$$

当不考虑摩擦时

$$J_D = J_E = 0.$$

同理,可求解出 $R_{Dx0}, R_{Dy0}, R_{Ex0}$ 和 R_{Ey0} 。

将式(8) — 式(12) 分别代入式(17)、式(20)、式(23)、式(26) 得

$$\begin{aligned} & \frac{r_A f_A R_{Ax0}}{\sqrt{R_{Ax0}^2 + R_{Ay0}^2}} R_{Ax} + \frac{r_A f_A R_{Ay0}}{\sqrt{R_{Ax0}^2 + R_{Ay0}^2}} R_{Ay} + \left(\frac{r_B f_B R_{Bx0}}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}} - l_1 \sin \varphi_1 \right) R_{Bx} + \\ & \left(\frac{r_B f_B R_{By0}}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}} + l_1 \cos \varphi_1 \right) R_{By} - p(t) l_{SA} \sin \varphi_1 - \frac{G_1 l_1}{2} \cos \varphi_1 = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{r_B f_B R_{Bx0}}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}} R_{Bx} - \frac{r_B f_B R_{By0}}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}} R_{By} + \left(\frac{r_C f_C R_{Cx0}}{\sqrt{R_{Cx0}^2 + R_{Cy0}^2}} - l_2 \sin \varphi_2 \right) R_{Cx} + \\ & \left(\frac{r_C f_C R_{Cy0}}{\sqrt{R_{Cx0}^2 + R_{Cy0}^2}} + l_2 \cos \varphi_2 \right) R_{Cy} - \frac{G_2 l_2}{2} \cos \varphi_2 = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{r_C f_C R_{Cx0}}{\sqrt{R_{Cx0}^2 + R_{Cy0}^2}} - l_3 \sin(180^\circ - \varphi_3) \right) R_{Cx} + \left(l_3 \cos(180^\circ - \varphi_3) - \frac{r_C f_C R_{Cy0}}{\sqrt{R_{Cx0}^2 + R_{Cy0}^2}} \right) R_{Cy} + \\ & \frac{r_D f_D R_{Dx0}}{\sqrt{R_{Dx0}^2 + R_{Dy0}^2}} R_{Dx} + \frac{r_D f_D R_{Dy0}}{\sqrt{R_{Dx0}^2 + R_{Dy0}^2}} R_{Dy} + \frac{G_3 l_3}{2} \cos(180^\circ - \varphi_3) = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \left(l_4 \sin(180^\circ - \varphi_4) - \frac{r_D f_D R_{Dx0}}{\sqrt{R_{Dx0}^2 + R_{Dy0}^2}} \right) R_{Dx} + \left(l_4 \cos(180^\circ - \varphi_4) - \frac{r_D f_D R_{Dy0}}{\sqrt{R_{Dx0}^2 + R_{Dy0}^2}} \right) R_{Dy} + \\ & \frac{r_E f_E R_{Ex0}}{\sqrt{R_{Ex0}^2 + R_{Ey0}^2}} R_{Ex} + \frac{r_E f_E R_{Ey0}}{\sqrt{R_{Ex0}^2 + R_{Ey0}^2}} R_{Ey} + \frac{G_4 l_4}{2} \cos(180^\circ - \varphi_4) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

由式(15) — 式(19) 知,当考虑摩擦时

$$\mathbf{AR} = \mathbf{F}.$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & c & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & e & f & h & g \end{bmatrix}.$$

$$\text{其中: } a = \frac{r_A f_A R_{Ax0}}{\sqrt{R_{Ax0}^2 + R_{Ay0}^2}}; \quad b = \frac{r_A f_A R_{Ay0}}{\sqrt{R_{Ax0}^2 + R_{Ay0}^2}}; \quad c = \frac{r_B f_B R_{Bx0}}{\sqrt{R_{Bx0}^2 + R_{By0}^2}} - l_1 \sin \varphi_1;$$

(下转第 170 页)

参考文献:

- [1] 谢立杨. 国外路面清扫车概况[J]. 筑路机械与施工机械化(Road Machinery and Construction Mechanization), 1991, 8(6): 2-5.
- [2] 徐学耘. 真空清扫车[J]. 制冷空调与电力机械(Refrigeration Air Conditioning and Electric Power Mechinery), 1993(3): 32-35.
- [3] 徐 宁, 吴三达. 吸扫式扫路车的总体设计与研究[J]. 商用汽车杂志(Commercial Vehicle), 2006(6): 40-45.
- [4] VAUGHN H R, OBERKAMPF W L, WOLFE W P. Fluid motion inside a spinning nutating fluid-filled cylinder[J]. Fluid Mech, 1985, 11: 121-138.
- [5] MORUD K E, HJERTAGER B H. LDA measurements and CFD modelling of gas-liquid flow in a stirred vessel[J]. Chem Eng Sci, 1996, 51(2): 233-235.
- [6] DEEN N. An experimental and computational study of fluid dynamics in gas-liquid chemical reactors[D]. Denmark: Aalborg University, 2001.
- [7] PLACEK J, TAVLARIDES L L, SMITH G W. Turbulent flow in stirred tanks (II): A two-scale model of turbulence[J]. AIChE, 1986, 32(11): 1 771-1 778.

(上接第 125 页)

$$d = \frac{r_B f_B R_{B_{y0}}}{\sqrt{R_{B_{x0}}^2 + R_{B_{y0}}^2}} + l_1 \cos \varphi_1; \quad e = -\frac{r_B f_B R_{B_{x0}}}{\sqrt{R_{B_{x0}}^2 + R_{B_{y0}}^2}}; \quad f = -\frac{r_B f_B R_{B_{y0}}}{\sqrt{R_{B_{x0}}^2 + R_{B_{y0}}^2}};$$

$$h = \frac{r_C f_C R_{C_{x0}}}{\sqrt{R_{C_{x0}}^2 + R_{C_{y0}}^2}} - l_2 \sin \varphi_2; \quad g = \frac{r_C f_C R_{C_{y0}}}{\sqrt{R_{C_{x0}}^2 + R_{C_{y0}}^2}} + l_2 \cos \varphi_2;$$

$$\mathbf{R} = [R_{A_x} \quad R_{A_y} \quad R_{B_x} \quad R_{B_y} \quad R_{C_x} \quad R_{C_y}]^T,$$

$$\mathbf{F} = [-p(t) \quad G_1 \quad pl_{AS} \sin \varphi_1 + \frac{G_1 l_1}{2} \cos \varphi_1 \quad 0 \quad G_2 \quad \frac{G_2 l_2}{2} \cos \varphi_2]^T.$$

同理可求解出 $R_{D_x}, R_{D_y}, R_{E_x}$ 和 R_{E_y} 。

将上述所求反力代入式(8)—式(12)可求解出各转动副处所受摩擦力矩 $J_{fA}, J_{fB}, J_{fC}, J_{fD}, J_{fE}$ 。对上述各个转动副所受摩擦力矩大小的比较和分析,可以确定各构件的先后运动顺序。

2 结 论

1) 分析了机构在考虑摩擦力、重力情况下的摩擦力矩;并基于泰勒级数对摩擦力矩进行线性化处理,分析了摩擦力矩线性化处理后的误差。

2) 分析了杆件转动的条件,推出转动副处于相对转动和相对静止时所受力矩的关系式;并以五杆二自由度机构为例对机构的运动顺序进行了分析。

参考文献:

- [1] 王海文. 轧钢机械设计[M]. 北京:机械工业出版社, 1983.
- [2] 李 林, 张 鉴. 变自由度机构的分析和应用[J]. 山东轻工业学院学报(自然科学版)(Journal of Shandong Institute of Light Industry(Natural Science Edition)), 1994, 8(3): 42-44.
- [3] 曲志刚, 李瑰贤, 安子军. 基于蜕变因子控制的机构构态转换原理及应用[J]. 机械工程学报(Journal of Mechanical Engineering), 2005, 41(2): 41-44.
- [4] 王 峰, 闫华军, 胡瑞雪. 平面变自由度机构蜕变位置的位置分析[J]. 河北工业科技(Hebei Journal of Industrial Science and Technology), 2011, 28(1): 19-22.
- [5] 王 峰, 安子军, 闫华军. 平面变自由度机构的形成方法和实现形式[J]. 河北科技大学学报(Journal of Hebei University of Science and Technology), 2010, 31(3): 209-213.
- [6] 李端玲, 戴建生, 张启先, 等. 一种变胞机构——魔术花球的自由度分析[J]. 机械工程学报(Journal of Mechanical Engineering), 2002, 38(9): 12-16.
- [7] 吴艳荣, 金国光, 李东福. 基于 ADMAS 的变胞机构动力学仿真[J]. 机械设计与制造(Machinery Design & Manufacture), 2007(5): 87-88.
- [8] 曲继方, 安子军, 曲志刚, 等. 机构创新原理[M]. 北京:科学出版社, 2001.
- [9] 王 峰. 平面变自由度机构蜕变位置及运动顺序研究[D]. 秦皇岛:燕山大学, 2005.