

文章编号: 1008-1542(2011)02-0143-04

基于递归 BDD 的网络系统可靠度算法

张 军^{1,2}, 秦乐乐³, 王震洲⁴, 刘教民^{1,4,5}, 王 淼⁵

(1. 河北工业大学电气工程学院, 天津 300401; 2. 河北工业大学计算机科学与软件学院, 天津 300401; 3. 河北科技大学教务处, 河北石家庄 050018; 4. 河北科技大学信息科学与工程学院, 河北石家庄 050018; 5. 华北电力大学电力工程系, 河北保定 071003)

摘 要: 在网络系统可靠度的 BDD 算法中, 将网络系统表示成 BDD 时二叉树中存在一定重复和冗余项, 从而影响了不交化最小路集的搜索效率。为此, 提出了 1 种基于递归 BDD(RBDD) 的网络系统可靠度算法。在该算法中, RBDD 包括 2 个二叉树, 1 个是包含 1 个伪叶节点的二叉树, 另 1 个是伪叶节点对应的二叉树。理论分析和实例都表明由 RBDD 得到的二叉树比从 BDD 得到的二叉树具有更少的层次和更简单的结构, 有效降低了算法的重复和冗余计算, 提高了不交化最小路集的搜索效率。

关键词: 可靠度; 二元决策图; 递归二元决策图; 伪叶节点; 不交化最小路集

中图分类号: TN711 **文献标志码:** A

An algorithm for computer network system reliability based on recursive binary decision diagram

ZHANG Jun^{1,2}, QIN Le-le³, WANG Zhenzhou⁴, LIU Jiaomin^{1,4,5}, WANG Miao⁵

(1. Department of Electrical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China; 2. School of Computer Science and Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China; 3. Department of Teaching Affairs, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China; 4. College of Information Science and Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China; 5. Department of Electric Power Engineering, North China Electric Power University, Baoding Hebei 071003, China)

Abstract: In BDD algorithm for network system reliability, there exist some repeated and redundant items after the network system is transformed into a binary tree. It affects the efficiency of searching disjointed minimal path sets. In this paper, a recursive BDD algorithm is presented, which contains two binary trees. One is the binary tree including a pseudo leaf node. The other is the BDD corresponding to the pseudo leaf node. Both theoretical analysis and instance computing show that the binary tree from RBDD has fewer levels and simpler structure than that from BDD, which effectively degrades the repeat and redundancy of the algorithm and improves the efficiency of indexing the disjointed minimal path sets.

Key words: reliability; BDD; RBDD; pseudo leaf node; disjointed minimal path set

网络系统的可靠度反映了网络的拓扑结构支持网络正常运行的能力, 是衡量网络系统性能的重要指标。与网络系统可靠度有关的概念起源于 20 世纪初, 指网络在规定条件下和规定时间内完成规定功能的概率。目前, 已经有许多关于计算网络系统可靠度的方法, 主要包括: 全概率分解法^[1]、基于最小割集或最小路集的方法^[2-3]、生成树方法^[4-5]、基于 BDD 的方法^[6-7]等。

收稿日期: 2010-11-17; 修回日期: 2011-01-06; 责任编辑: 李 穆

作者简介: 张 军(1976), 男, 河北张家口人, 讲师, 博士研究生, 主要从事智能电器与机电一体化方面的研究。

尽管这些算法都可以用来计算网络系统的可靠度,但当网络规模较大时,多数算法的计算工作量较大。而二元决策图(binary decision diagram, BDD)是布尔函数表示的一种图形方式,可以直观地反映出函数的逻辑结构,具有较高的计算效率,在系统可靠度计算中越来越受到人们的重视。在 BDD 算法中,将布尔函数 f 转换成 BDD 后,会造成一定的重复和冗余,从而降低算法的执行效率。笔者提出了一种基于递归的 BDD 网络可靠度算法,有效地降低了算法的重复和冗余计算。

1 BDD 算法介绍

1.1 BDD 原理

二元决策图(BDD)采用二叉树的形式来表示一个布尔逻辑函数,是二元决策程序(binary decision program, BDP)的图形化表示。

定义 1 设 V 为节点集, N 为标号集,二者均为非空集合,则 BDD 是一棵有向的、节点具有标号的二叉树(V, N)。 V 中包含 2 类节点:叶节点和分枝点,其中叶节点具有值 $\text{value}(v) \in \{0, 1\}$,分枝点具有标号 $\text{index}(v) \in N$ 。每个分枝点具有 2 个子节点:左子节点 $\text{high}(v) \in V$ 和右子节点 $\text{low}(v) \in V$ 。

定义 2 在一个 BDD 中,以节点 v 为根的子树表示的布尔逻辑函数 $f_v(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为

1) $f_v = \text{value}(v)$, 当 v 是叶节点时;

2) $f_v(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{x}_i f_{\text{low}(v)}(x_1, x_2, \dots, x_n) + x_i f_{\text{high}(v)}(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 当 v 是具有标号 $\text{index}(v) = i$ 的分枝点时。

上述定义表明 BDD 是一个有根节点的有序二叉树,每个分枝代表节点变量的 1 次取值(左枝取 1,右枝取 0)。从根节点出发到叶节点的每条路都表示布尔函数中各变量的一次赋值(即取对应叶节点的值)。因此,从根节点至叶节点的过程就是由变量输入值获得输出值的过程。

1.2 BDD 算法

为了利用 BDD 算法进行网络系统的可靠性分析,首先需要将系统的逻辑结构函数表示成 BDD。为了将网络系统转换成 BDD,需要先求出系统的最小路集,再由最小路集得到网络的 BDD 表示。

假设有向网络的节点集为 $S = \{S_i\}_{i=1}^n$,边集为 $V = \{V_i\}_{i=1}^m$,求 S_1 到 S_n 的可靠度的 BDD 算法如下^[6]。

1) 利用邻接矩阵法求出 S_1 到 S_n 的最小路集。设已求出的最小路集为 $\{MP_k\}_{k=1}^m$,则得到网络系统的逻辑

结构函数的积的和形式为 $f = \sum_{k=1}^m MP_k$,其中 MP_k 为第 k 条最小路集,且 MP_k 为各边的乘积形式。

2) 用 BDD 表示逻辑结构函数 f 。

3) 在 BDD 上搜索从根节点到叶节点为 1 的路径,则可获得 f 的不变化最小路集 $\{NMP_k\}_{k=1}^l$,即

$$f = \sum_{k=1}^l NMP_k。$$

4) 网络的可靠度可用下面的概率和公式直接进行计算:

$$R = \text{Prob}(f = 1) = \sum_{k=1}^l \text{Prob}(NMP_k), \quad (1)$$

Prob 表示求概率值。

2 递归的 BDD 算法

在 BDD 算法中,为了计算网络系统的可靠度,需要将逻辑结构函数 f 表示成 BDD。根据 BDD 的定义,需要对 f 中的每个变量都进行 0,1 赋值,最终将 f 中的每一项都转换成一个相应的叶节点或具有标号的节点,这可能会导致 BDD 具有较深的层次,增加了算法搜索不变化最小路集的执行时间。因此,减少二叉决策树的层数是提高不变化最小路集效率的有效方法。事实上,在将 f 表示成 BDD 的过程中,当对某一变量进行赋值后,形成的 2 个子公式中可能会存在相同的部分,该相同的部分在 2 个子公式中都会进行赋值转换,显然造成了一定的重复和冗余。因此,如果将 2 个子公式中相同的部分看作一个整体,作为一个伪变量,将会极大地简化转换过程。例如,某一系统的布尔函数为 $f = AB + AED + CEB + CD$,在该公式中对变量 A 进行赋值后得到 2 个子公式 $f_1 = B + ED + CEB + CD$ 和 $f_0 = CEB + CD$,它们有共同的部分 $CEB + CD$,因

此公式 $f_1 = B + ED + CEB + CD$ 可以简化为 $f_1 = B + ED + f_0$ 后再进行赋值。为此, 修改 BDD 的定义, 称为递归的 BDD(recursive binary decision diagram, RBDD)。

定义 3 设 V 为节点集, N 为标号集, RBDD 是一有向的、节点具有标号的二叉树(V, N)。其中, V 中包含 3 类节点:

- 1) 叶节点, 具有值 $value(v) \in \{0, 1\}$;
- 2) 伪叶节点, 具有值 $value(v) \in \{-1\}$;
- 3) 分枝点, 具有标号 $index(v) \in N$, 每个分枝点具有 2 个子节点。左子节点为 $high(v) \in V$, 右子节点为 $low(v) \in V$ 。

定理 1 设网络系统的逻辑结构函数为 f , 对其中的某个变量 x 进行赋值, x 赋值为 1 时得到的子公式记为 f_1 , x 赋值为 0 时得到的子公式记为 f_0 , 则 $f_1 = f_x + f_0$ 。其中, f_x 为 f 中包含变量 x 的所有项中去掉 x 后的子公式。

证明 设 x 是逻辑结构函数 f 中的某个变量, 则 f 可以分成 2 部分: 一部分每个项中都包含变量 x ; 另一部分所有项中都不包含变量 x , 即 $f =$ 包含 x 的项 + 不包含 x 的项 = $xf_x + f_0$ 。将 x 赋值为 1, 则 $f_1 = f_x + f_0$; 将 x 赋值为 0, 则 $f_0 = f_0$ 。因此, $f_1 = f_x + f_0$ 。

同样假设有向网络的节点集为 $S = \{S_i\}_{i=1}^n$, 边集为 $V = \{V_i\}_{i=1}^m$, 求 S_1 到 S_n 的可靠度的 RBDD 算法如下。

1) 与 BDD 算法中一样, 也利用邻接矩阵法求出 S_1 到 S_n 的最小路集。设已求出的最小路集为 $\{MP_k\}_{k=1}^l$, 则网络系统的逻辑结构函数可表示为 $f = \sum_{k=1}^l MP_k$, 其中 MP_k 为第 k 个最小路集, 且 MP_k 为各边的乘积形式。

2) 用 RBDD 表示 f 。在此, 为了简化算法, 只考虑一层递归, 即只考虑对第 1 个变量 x 赋值时将 f_1 表示成 $f_1 = f_x + f_0$ 的形式, 更深层次的赋值不考虑。RBDD 包括 2 个子部分, 每个子部分都是 1 个 BDD, 一个是 f 对应的包含伪叶节点的 BDD, 另一个是 f_0 对应的 BDD。

3) 在 f_0 对应的 BDD 上搜索从根节点到叶节点为 1 的路径, 则可获得 f_0 的不变化最小路集 $\{NMP_k\}_{k=1}^l$, 即 $f_0 = \sum_{k=1}^l NMP_k$ 。

4) 在包含伪叶节点的 f 的 BDD 上搜索从根节点到叶节点为 1 的路径, 则可获得 f 的不变化最小路集的 1 个子集 $\{NMP_k\}_{k=1}^s$, 即 $f_s = \sum_{k=1}^s NMP_k$ 。

5) 在包含伪叶节点的 f 的 BDD 上搜索从根节点到叶节点为 - 1 的路径, 得到 $f_{-1} = \sum_{k=1}^q NMP_k f_0$ 。

6) 综合 3)、4)、5) 得到 f 的表示形式 $f = f_s + f_{-1} + \bar{x}f_0$, 化简该式并去掉矛盾项得到不变化最小路集。

7) 网络的可靠度用下面的概率和公式直接进行计算:

$$R = \text{Prob}(f = 1) = \sum_{k=1}^l \text{Prob}(NMP_k),$$

Prob 表示求概率值。

3 算 例

为了说明 RBDD 算法的有效性, 并与 BDD 算法进行比较, 考虑求图 1 中所示的桥型网络系统^[6]中节点 1, 2 的可靠度。显然, 节点 1, 2 的最小集为 AB, AED, CEB 和 CD 。因此, 网络系统的布尔函数为 $f = AB + AED + CEB + CD$ 。

由 BDD 的定义可知, BDD 的生成顺序将直接影响 BDD 的规模, 从而影响叶节点的搜索效率。为此, 定义逻辑结构函数 f 中各变量的长度 L 为该变量在各积之和形式中积项的最小长度, 并取长度最短的变量进行分枝, 对得到的子公式采用相同的方法, 直到所有变量都赋值为止。当长度相等时, 取在 f 的项中出现次数最多的变量进行分枝^[6]。在图 1 中的桥

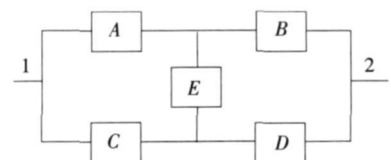


图 1 桥型网络系统

Fig. 1 Lattice network

型网络系统所对应的逻辑结构函数 f 中各变量的长度分别为 $L(A) = 2, L(B) = 2, L(C) = 2, L(D) = 2, L(E) = 3$ 。 A, B, C, D 的长度相同, 这里取变量 A 进行分枝, 则有

$$f_1 = B + ED + CEB + CD,$$

$$f_0 = CEB + CD。$$

用 BDD 算法对 f_1, f_0 分别再依其各变量的长度进行分枝, 如对 f_1 取 B , 则

$$f_{11} = 1,$$

$$f_{10} = ED + CD。$$

依次进行上述过程, 直到 f 能取确定值为止。用 BDD 算法得到该网络系统的 BDD 如图 2 所示, 故

$$f = AB + \bar{A}\bar{B}DE + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}C + \bar{A}CD + \bar{A}CDEB。 \quad (2)$$

对于 RBDD 算法, $f_1 = B + ED + f_0$ 。对 f_0 再依其各变量的长度进行 BDD 的 1, 0 分枝。如取 C 则

$$f_{01} = EB + D,$$

$$f_{00} = 0。$$

依次进行上述过程, 直到 f_0 能取确定值为止。用上述方法得到 f_0 的 BDD 如图 3a) 所示, 故

$$f_0 = CD + CDEB。$$

对 f_1 中除 f_0 之外各变量的长度进行 BDD 的 1, 0 分枝, 最后将 f_0 赋值为 -1。如在 f_1 中对 B 进行 1, 0 分枝, 则

$$f_{11} = 1,$$

$$f_{10} = ED + f_0。$$

依次进行上述过程, 直到 f 能取确定值为止, 用上述方法得到该网络系统的扩展的 BDD 如图 3b) 所示, 故

$$f = AB + A\bar{B}DE + A\bar{B}\bar{D}\bar{f}_0 + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}f_0 + \bar{A}f_0。 \quad (3)$$

将前边得到的 f_0 代入上式得

$$\begin{aligned} f &= AB + A\bar{B}DE + A\bar{B}\bar{D}(CD + CDEB) + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}(CD + CDEB) + \bar{A}(CD + CDEB) = \\ &= AB + A\bar{B}DE + A\bar{B}\bar{D}CD + A\bar{B}\bar{D}CDEB + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}CD + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}CDEB + \bar{A}CD + \bar{A}CDEB = \\ &= AB + A\bar{B}DE + A\bar{B}\bar{D}\bar{E}C + \bar{A}CD + \bar{A}CDEB。 \end{aligned} \quad (4)$$

显然, 用 RBDD 算法得到的结果与 BDD 算法一致。由于 f 已经是不交化形式, 故可用概率和公式直接代入计算。将各边的可靠度代入式(4), 即可求出桥型系统的可靠度 R 。

在 RBDD 算法中, 将二叉树分成 2 部分, 一个是 f_0 对应的二叉树, 另一个是 f 对应的包含伪叶节点的二叉树。从上述实例中可以看出, 在 RBDD 算法中二叉树的层数为 4, 而在 BDD 算法中二叉树的层数为 5, 同时 RBDD 算法中的二叉树的结构比 BDD 算法中的二叉树的结构简单得多, 因此, 将大大提高搜索不交化最小路集的效率。

4 结 论

网络系统的可靠度是衡量网络系统性能的重要指标, 它反映了网络的拓扑结构支持网络正常运行的能力。二元决策图可以直观地反映出布尔函数的逻辑结构, 具有较高的计算效率, 但将布尔函数 f 转换成 BDD 后, 会造成一定的重复和冗余。笔者提出了一种基于递归的 BDD 网络可靠度算法, 通过增加一类伪叶节点来降低算法的重复和冗余计算。在基于 RBDD 的网络系统可靠度算法中, 将 BDD 分为 2 个部分, 一个是包含 1 个伪叶节点的二叉树, 另一个是伪叶节点对应的二叉树。理论分析和实例都表明, RBDD 有效降低

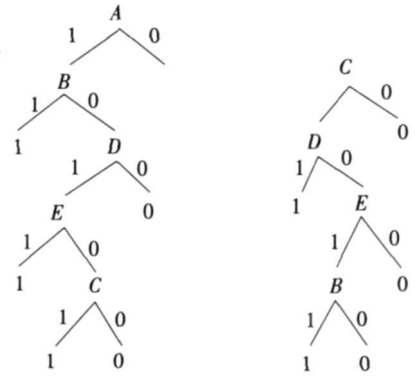


图 2 BDD 算法得到的结果
Fig. 2 Result of BDD algorithm

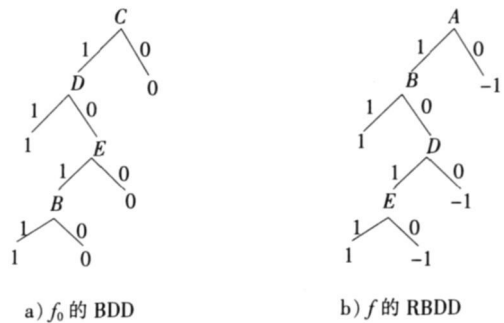


图 3 桥型系统的 RBDD
Fig. 3 RBDD of lattice network

5 结 语

复杂电磁脉冲环境下的电子对抗是现代战争的热点, 雷达系统的电磁脉冲防护研究显得尤为重要。分析了强电磁脉冲对雷达系统的干扰机制, 推导出强电磁脉冲能量经天线系统耦合进雷达系统的计算方法, 组建了雷达接收机系统, 并采用 ADS 仿真的方法对雷达系统的抗干扰性能进行分析, 最后对雷达系统防护措施提出了一些建议。

参考文献:

- [1] WIK M W, BAUM C E. Introduction to special Issue on high power electromagnetic and intentional electromagnetic interference [J]. IEEE Trans on EMC, 2004, 40 (3): 314-321.
- [2] 陈 栋, 许黎明. 高功率微波武器对 C~4ISR 系统毁伤效应研究[J]. 装备环境工程(Equipment Environmental Engineering), 2010, 7(2): 48-50.
- [3] 夏惠诚, 张世燎, 毛建舟. 电磁脉冲武器对舰船电子系统的毁伤机理分析[J]. 火力与指挥控制(Fire Control and Command Control), 2010, 35(7): 109-115.
- [4] LIU Qiang, QIAN Bao liang, ZHU Zhan ping. Numerical study on coupling of microwave pulses into different shaped cavities through slots[J]. High power Laser and Particle Beams, 2009, 21(12): 1 859-1 865.
- [5] 柴常春, 席晓文, 任兴荣, 等. 双晶体管在强电磁脉冲作用下的损伤效应与机理[J]. 物理学报(Acta Physica Sinica), 2010, 59(11): 8 118-8 123.
- [6] 李用兵, 田国强, 王长河, 等. GaAs 器件电磁脉冲效应实验与毁伤机理研究[J]. 半导体技术(Semiconductor Technology), 2010, 35(7): 695-698.
- [7] IANOS M, NICOARA B I C, RADASKY W A. Modeling of an EMP conducted environment [J]. IEEE Trans on EMC, 1996, 38 (3): 400-413.
- [8] 张忠连, 吴多龙, 阮成礼. 不同上升沿电磁脉冲对腔体耦合的研究[J]. 机械与电子(Machinery and Electronics), 2009(2): 16-18.
- [9] 程引会, 周 辉, 李宝忠, 等. 不同电磁脉冲对细导线的耦合[J]. 强激光与粒子束(High Power Laser and Particle Beams), 2000, 12(1): 91-94.
- [10] 葛青林, 王莹莹, 涂拥军. 电磁脉冲武器对电子对抗装备损伤模式分析[J]. 内燃机与动力装置(Internal Combustion Engine and Power Plant), 2009(S1): 28-30.

(上接第 146 页)

了 BDD 冗余性, 简化了其结构, 提高了不交化最小路集的搜索效率。

参考文献:

- [1] 武小悦, 沙基昌. 网络可靠度分析全概率分解法的计算机化算法[J]. 系统工程与电子技术(Systems Engineering and Electronics), 1998(6): 71-73.
- [2] 金 星, 余浩章, 李 永, 等. 大型网络系统可靠度计算新方法[J]. 系统仿真学报(Journal of System Simulation), 2001, 13(4): 442-443.
- [3] 范莹蕾. 利用极小割集数算法计算网络系统可靠度[J]. 应用数学与计算数学学报(Communication on Applied Mathematics and Computation), 2003, 17(1): 63-66.
- [4] JOELLEN P L B. Reliability of networks of three state devices[J]. Microelectronic and Reliability, 1987, 27(1): 175-178.
- [5] 刘艳秋, 张 颖, 汪定伟, 等. 复杂装置网络可靠性评估模型与算法[J]. 东北大学学报(Journal of Northeastern University), 2004, 25(6): 539-543.
- [6] 武小悦, 沙基昌. 网络系统可靠度的 BDD 算法[J]. 系统工程与电子技术(Systems Engineering and Electronics), 1999, 21(7): 72-73.
- [7] 李东魁. 网络系统可靠度的 BDD 算法[J]. 通信技术(Communications Technology), 2009, 42(11): 149-151.