文章编号: 1008-1542(2011)02-0128-05

应用粒子群算法从已知数据中确定置信测度和似然测度

李正涛[1], 赵环宇[2,3], 马献果[4]

(1. 河北省科学院科技处, 河北石家庄　050081; 2. 石家庄开发区冀科双实科技有限公司, 河北石家庄　050081; 3. 河北省科学院应用数学研究所, 河北石家庄　050081; 4. 河北科技大学信息科学与工程学院, 河北石家庄　050018)

摘　要: 应用粒子群算法确定置信测度和似然测度, 针对 2 种模糊测度的特点, 对基本粒子群算法进行改进。通过与基本粒子群算法和遗传算法的分析和比较, 验证了改进算法的有效性和高效性。

关键词: 置信模糊测度; 似然模糊测度; 模糊积分; 粒子群优化; 学习

中图分类号: TP181　　文献标志码: A

Using particle swarm algorithm to identify belief and plausible measures from known data

LI Zheng-tao[1], ZHAO Huan-yu[2,3], MA Xian-guo[4]

(1. Department of Science and Technology, Hebei Academy of Sciences, Shijiazhuang Hebei 050081, China; 2. Shijiazhuang Development Zone Jikeshuangshi Technology Company Limited, Shijiazhuang Hebei 050081, China; 3. Institute of Applied Mathematics, Hebei Academy of Sciences, Shijiazhuang Hebei 050081, China; 4. College of Information Science and Engineering, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract: We apply particle swarm algorithm to identify belief and plausible measures, and improve the basic algorithm. By comparing with the basic and genetic algorithms, we verify that the improved one is more effective and efficient.

Key words: belief fuzzy measure; plausible fuzzy measure; fuzzy integral; particle swarm optimization; learning

模糊测度和模糊积分理论已经被成功地应用到了多属性决策、分类、图像处理等专家系统中[1-4]。在这些系统中, 如何确定模糊测度是最重要的问题。在构造模糊测度的 6 种策略中[5], 从已知数据中来学习模糊测度得到了广泛研究。在这种策略的基础上, 可以把原问题转化为优化问题来解决, 所以可以采用优化计算技术来求解。从现有的文献看, 使用的计算技术有遗传算法[6-10]、神经网络[11]和粒子群优化算法[12-13]。在这些计算技术的应用中, 发现除了粒子群优化算法外, 其他 2 种技术都讨论了确定置信测度和似然测度的问题, 并且在 DS 论证理论中得到重要应用, 笔者关注应用粒子群算法来学习这 2 种模糊测度的问题。

1　基本概念和问题描述

模糊测度作为经典的可加测度的推广可以量化地刻画出信息源(属性或分类器)之间的交互作用, 而在模糊测度的基础上定义的模糊积分是一种非常优良的融合工具。正是因为这些性质决定了模糊测度和模糊

收稿日期: 2010-10-25; 修回日期: 2011-01-04; 责任编辑: 张　军

作者简介: 李正涛(1969-), 男, 河北鹿泉人, 副研究员, 硕士, 主要从事计算机安全及地理信息系统方面的研究。

积分的广泛应用。笔者只讨论有限集合上的相关问题,所以只给出在有限集合上正则模糊测度和模糊积分的相关定义。

定义 **1**[1]　设 X 为非空有限集合, $P(X)$ 为 X 的幂集, 集函数 $\mu: P(X) \to [0, 1]$ 满足下面的条件: $\mu(\cong) = 0$, $\mu(X) = 1$; 若 $E \in P(X)$, $G \in P(X)$, $E \subset G$, 则 $\mu(E) \leqslant \mu(G)$, 称 μ 为定义在 $P(X)$ 上的正则模糊测度, 其中 $(X, P(X), \mu)$ 称为模糊测度空间, $(X, P(X))$ 称为可测空间。

从模糊测度的定义可以看出, 要确定一个模糊测度就必须把 X 的所有子集上的测度值都确定出来, 共需要确定 2^n 个参数。当 n 的值很大时, 模糊测度的确定就很困难, 但是如果对模糊测度本身附加某些条件, 那么就可以简化计算量, 这样便提出了许多特殊类型的模糊测度。笔者只给出本文涉及的置信测度和似然测度的定义, 在定义它们之前先了解基本概率指定的定义。

定义 **2**[1]　集函数 $m: P(X) \to [0, 1]$ 称为一个基本概率指定, 如果 m 满足 $\sum_{E \subset X} m(E) = 1$ 和 $m(\cong) = 0$。

从定义中可以看出, 基本概率指定是定义在幂集的幂集上的一个离散的概率测度。

定义 **3**[1]　如果 m 是 $P(X)$ 上的一个基本概率指定, 那么由 $Bel: P(X) \to [0, 1]$, $Bel(E) = \sum_{F \subset E} m(F)$, $\forall E \in P(X)$ 定义的集函数, 称为可测空间 $(X, P(X))$ 上由 m 诱导出的一个置信测度。

定义 **4**[1]　如果 m 是 $P(X)$ 上的一个基本概率指定, 那么由 $Pl: P(X) \to [0, 1]$, $Pl(E) = \sum_{F \cap E \neq \cong} m(F)$, $\forall E \in P(X)$ 定义的集函数, 称为可测空间 $(X, P(X))$ 上由 m 诱导出的一个似然测度。

定理 **1**[1]　如果 Bel 和 Pl 分别是由同一个基本概率指定 m 诱导出的置信测度和似然测度, 那么对于任意 $E \in P(X)$, 都有 $Bel(E) = 1 - Pl(E^c)$, 并且 $Bel(E) \leqslant Pl(E)$。

从定理 1 可以看出置信测度和似然测度是基于基本概率指定所定义的一组对偶的模糊测度。

经典测度推广到模糊测度后, 经典的 L vesque 积分也应该得到相应的推广。这里给出 Sugeno 模糊积分和 Choquet 模糊积分的定义。

定义 **5**[1]　设 X 为非空有限集合, $P(X)$ 为 X 幂集, $f: X \to [0, 1]$, μ 为定义在 $P(X)$ 上的正则的模糊测度, 则函数 f 在集合 X 上关于模糊测度 μ 的 Sugeno 积分和 Choquet 积分的定义见式(1)和式(2)。

$$\int f \, \mathrm{d}\mu = \bigvee_{i=1}^{n} (f(x_i) \wedge \mu(A_i)), \tag{1}$$

$$\int f \, \mathrm{d}\mu = \sum_{i=1}^{n} (f(x_i) - f(x_{i-1}))\mu(A_i) = \sum_{i=1}^{n} [\mu(\{A_i\}) - \mu(\{A_{i+1}\})] f(\{x_i\}), \tag{2}$$

其中 $A_i = \{x_i, x_{i+1}, \cdots, x_n\}$。不失一般性, 假设 $0 \leqslant f(x_1) \leqslant f(x_2) \leqslant \cdots \leqslant f(x_n) \leqslant 1$(如不满足, 重新排列 X 中的元素为 $\{x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*\}$, 使对应的函数值 $f(x_i^*)$ 满足该关系式), 规定 $f(x_0) = 0$, $\mu(A_{n+1}) = 0$。

为了叙述方便, 笔者把专家系统具体化为综合评判系统。所谓的综合评判是指对于一个评价对象, 把对这个对象的属性评价采用某种方法进行融合而得到一个综合评判。采用的传统方法是加权平均, 后来随着模糊测度和模糊积分理论的建立, 用模糊积分来进行综合评判就更加合理。实际上, 这里涉及到的确定模糊测度的问题可以看成综合评价的反问题。

假设有一个待评价对象, 这个对象有 n 个属性记为 $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$, 已知以下 m 组数据

$$\begin{array}{ccccccc} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1j} & \cdots & f_{1n} & E_1 \\ f_{21} & f_{22} & \cdots & \cdots & \cdots & f_{2n} & E_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{i1} & f_{i2} & \cdots & f_{ij} & \cdots & f_{in} & E_i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{m1} & f_{m2} & \cdots & f_{mj} & \cdots & f_{mn} & E_m, \end{array}$$

其中: f_{ij} 表示第 i 组数据中对属性 j 的评价值; E_i 表示第 i 个综合评价值。

现在, 希望在可测空间 $(X, P(X))$ 上找到一个模糊测度 μ, 使得

$$E_i = \int f^i \, \mathrm{d}\mu, \ \forall i = 1, 2, \cdots, m,$$

其中, 函数f^i定义成$f^i(x_j) = f_{ij}, j = 1, 2, \cdots, n$, 如果这样的$\mu$不存在, 希望找到一个最优近似解。这就是综合评价的反问题。可以用最小均方方法把上述问题转化为一个优化问题, 从而通过解优化问题来得到最优近似解。要解决的优化问题如下:

$$\min e = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(E_i - \int f^i \mathrm{d}\mu)^2}, \tag{3}$$

Subject to: μ为置信测度或似然测度。

如果$e = 0$, 表示精确解被找到。

2 粒子群优化算法

1995 年, 由美国学者KENNDY 和EBERHART 首次提出粒子群优化[14], 他们起初研究的目的是想用计算机模拟鸟群在飞行过程中的动态美, 后来才发现该算法可以应用于求解优化问题, 而且性能卓越。到目前为止, 粒子群算法得到了广泛的研究[15]。该算法可以分为 3 个版本: 全局版、局部版和离散版。每种版本的算法都有自己的使用范围, 可以根据具体解决的问题选择合适的算法。

在文献[12] 和[13] 中, 作者根据一般模糊测度的特性, 制定了 2 个算法来学习。在本文中, 笔者在文献[12] 的基础上根据置信测度和似然测度的特性, 来改进算法。

首先回顾一下文献[12] 中算法的主要思想:

1) 采用惯性权重模型并且考虑到模型的复杂性影响, 选择了非线性递减的惯性权重选择策略;

2) 基于实验性的验证, 选择了 reorder algorithm 策略来处理约束, 即使之满足一般模糊测度的性质;

3) 在观察和分析实验结果的基础上, 采用 sigmoid 函数来增强粒子搜索解空间的能力;

4) 针对基本粒子群算法容易陷入局部最优解的结果, 指定了特殊的变异策略来增加种群多样性, 使之跳出局部最优。

在分析上述算法的基础上, 根据要确定置信测度和似然测度的性质, 对上述算法的改进如下。

1) 从前面所述定义中可以看出, 如果想要确定置信测度和似然测度, 只需要确定基本概率指定, 然后根据定义 3 和定义 4 就可以导出相应的测度, 这样只需要初始化每一个粒子代表一个基本概率指定。

2) 由于置信测度和似然测度是一对对偶的模糊测度, 所以只需要确定一种测度, 然后由定理 1 可以求出另外一种测度。

3) 因为 2 种测度满足单调性约束, 所以不用再采用 reorder algorithm 策略来修正。

4) 根据定义 2, 必须让每个粒子满足基本概率指定的性质, 在改进的算法中, 使用如下规则作用每一个粒子。

$$\mathrm{Sum}^i = \sum_j \mu_{ij},\ \mu^*_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mathrm{Sum}_i}, i = 1, 2, \cdots, N, j = 2, 3, \cdots, (2^n - 1)。 \tag{4}$$

式中: N 表示粒子的个数; n 表示属性的个数。

5) 在改进算法中, 增加特殊的处理如下:

$$v_{ij} \in [\frac{-1}{(2^n-1)}, \frac{1}{(2^n-1)}], i = 1, 2, \cdots, N, j = 2, 3, \cdots, (2^n - 1)。 \tag{5}$$

另外, 让$v_{\max} = 0.02$。这一步处理的目的是增加算法的执行速度, 因为定义 2 使得每一个基本概率指定的值都非常小, 如果每个粒子的速度比较大的话, 粒子就非常有可能在迭代过程中“飞过”最优值, 在这里通过减小速度来避免这种情况。

基于上述考虑, 给出算法的流程, 称该算法为 BPPSO。

Step 1: 随机初始化粒子群, 在[0, 1] 之间初始化粒子位置, 在式(5) 范围内初始化粒子的速度, 然后初始化$p_{i\mathrm{best}}$和g_{best}。

Step 2: 使用式(4) 作用来满足基本概率指定的性质, 利用定义 3 或定义 4 导出相应的模糊测度, 然后计算每个粒子的适应度值, 适应度函数定义为$\frac{1}{1+e}$, 其中e由式(3) 计算, 然后更新$p_{i\mathrm{best}}$和g_{best}。如果g_{best}的适应度值大于给定的标准或者最大迭代次数大于给定最大迭代次数, 则转到 Step 6; 否则, 转到 Step 3。

Step 3: 采用下述公式更新粒子的速度,

$$v_{ij}(t+1) = w_i \cdot v_{ij}(t) + c_1 \cdot \mathrm{rand}() \cdot (p_{ij\,\mathrm{best}}(t) - \mu_{ij}(t)) + c_2 \cdot \mathrm{rand}() \cdot (g_{j\,\mathrm{best}}(t) - \mu_{ij}(t))。 \quad (6)$$

w_i 由下式计算

$$w_i(t) = \left\{ \frac{(t_{\max} - t)^l}{(t_{\max})^l} \right\} \cdot (w_{\mathrm{initial}} - w_{\mathrm{final}}) + w_{\mathrm{final}}。 \quad (7)$$

式中: t 表示第 t 次迭代; $c_1 = c_2 = 2$; rand() 表示均匀分布在[0, 1] 内的随机数; $t_{\max}$ 表示给定的最大迭代次数; w_{initial} 表示初始时的权重; w_{final} 表示终止时的权重; l 表示固定的指数。如果更新后的速度 $v_{ij} > v_{\max}$, 则 $v_{ij} = v_{\max}$; 如果 $v_{ij} < -v_{\max}$, 则 $v_{ij} = -v_{\max}$, 其中 $v_{\max} = 0.02$。

Step 4: 重新初始化 v_{kp}, 使得 $v_{kp} \in [\frac{-1}{(2^n-1)}, \frac{1}{(2^n-1)}]$。其中: k 表示从种群中随机选择一个粒子; p 表示在这个粒子中随机选择一个速度。

Step 5: 采用公式 $\mu_{ij}(t+1) = \mu_{ij}(t) + v_{ij}(t+1)$ 更新粒子位置, 其中 t 的意义同前。如果粒子位置 $\mu_{ij} > 1$ 或 $\mu_{ij} < 0$, 则 $\mu_{ij} = \frac{1}{1+e^{(-\mu_{ij})}}$, 转到 Step 2。

Step 6: 输出 g_{best} 和相应误差 e。

3　改进算法的性能分析

首先, 验证改进算法的可行性和有效性, 该算法在大量的例子上都能运行成功, 这里选择实例来说明, 算法中的参数设置为 $w_{\mathrm{initial}} = 0.2$, $w_{\mathrm{final}} = -0.3$, $l = 1.1$, $t_{\max} = 2\,000$。

例 1　基于 Choquet 积分的数据集来自文献[7], 设终止误差为 0, 数据列于表 1, 运行程序到第 45 代, 时间大约 3 s, 得到误差为 0.000 695 082 8 的基本概率指定见表 2, 收敛图见图 1。

表 1　例 1 的数据集

Tab. 1　Data of example 1

i	f_{i1}	f_{i2}	f_{i3}	E_i
1	0.9	0.5	0.1	0.50
2	0.2	0.3	0.8	0.35
3	0.4	1.0	0.6	0.60
4	0	0.3	0.7	0.23
5	0.7	0.2	0.4	0.42
6	0.8	0.7	1.0	0.80

表 2　例 1 的运行结果

Tab. 2　Result of example 1

集合	对应的基本概率指定值	集合	对应的基本概率指定值
≅	0	$\{x_1, x_2\}$	0.083 533 00
$\{x_1\}$	0.331 206 1	$\{x_1, x_3\}$	0.071 675 32
$\{x_2\}$	0.254 370 1	$\{x_2, x_3\}$	0.036 584 69
$\{x_3\}$	0.202 736 5	$\{x_1, x_2, x_3\}$	0.019 894 29

从上面例 1 的实验结果可以看出, 改进的算法可以用来从数据中学习置信测度和似然测度, 而且该算法的收敛速度很快。

和文献[12]一样, 把改进算法和基本算法以及和相应文献中的遗传算法进行分析和比较。改进算法的参数设置同上, 基本粒子群算法的参数设置为 $w_{\mathrm{initial}} = 0.9$, $w_{\mathrm{final}} = 0.4$, $l = 1$, $t_{\max} = 2\,000$, 遗传算法采用相应文献中的设置, 种群规模都设为 150, 再提供验证用例(例 2, 见表 3), 2 个例子的参数设置为 0.000 872 991, 0.001。100 次运行的平均结果见表 4 和表 5。

从表 4、表 5 中可以看出, 改进算法无论在成功率、迭代次数和时间消耗上都有很大提高, 说明改进算法的高效性。同时, 该算法和文献[12]中的算法具有相同的优点: 1) 改进算法没有增加基本粒子群算法的时间复杂度; 2) 改进算法的收敛速度很快, 这得益于粒子群算法的单向搜索机制和改进的有效性; 3) 改进算法的时间复杂度要比相应文献中遗传算法的时间复杂度低。

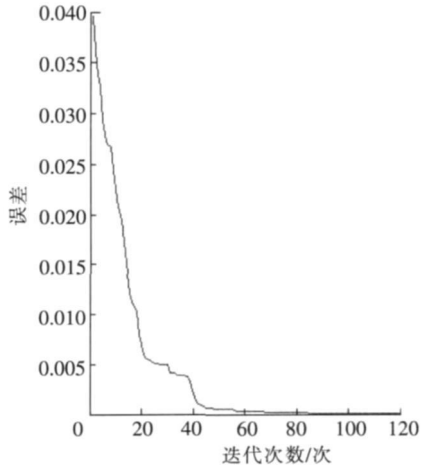

图 1　例 1 的收敛图

Fig. 1　Convergence of example 1

表3 例2的数据集

Tab.3 Data of example 2

i	f_{i1}	f_{i2}	f_{i3}	E_i
1	0.382 427 4	0.299 567 8	0.079 304 99	0.252 605 0
2	0.474 514 2	0.288 886 5	0.111 349 00	0.291 728 3
3	0.378 382 3	0.577 282 4	0.246 161 20	0.382 542 8
4	0.239 525 0	0.993 854 3	0.730 866 20	0.554 206 3
5	0.254 251 4	0.684 095 7	0.925 721 20	0.519 986 5
6	0.200 844 8	0.844 315 7	0.179 482 10	0.352 029 6
7	0.908 403 7	0.987 218 1	0.485 195 60	0.784 278 2
8	0.194 525 6	0.145 164 1	0.276 694 30	0.121 972 6
9	0.380 153 4	0.322 701 6	0.760 636 20	0.431 992 6
10	0.181 253 2	0.653 822 8	0.767 272 40	0.443 311 2

表4 改进算法和基本粒子群算法的比较结果

Tab.4 Result of comparing BPPSO and BPSO

项目	例1		例2	
	BPSO	BPPSO	BPSO	BPPSO
成功率/%	73	100	99	100
迭代次数/次	81	47	79	46

表5 改进算法和遗传算法的比较结果

Tab.5 Result of comparing BPPSO and GA

项目	例1		例2	
	GA[7]	BPPSO	GA[7]	BPPSO
成功率/%	99	100	95	100
迭代次数/次	122	45	115	43
时间/s	10	1.5	10	2

4 结 语

针对置信测度和似然测度的特点,在相应文献的基础上,制定了特殊的粒子群算法来从数据中学习。通过对改进算法与基本粒子群算法和遗传算法的比较和分析,验证了改进算法的性能,为确定置信测度和似然测度提供了一种新的策略。

参考文献:

[1] WANG Z, KLIR G J. Fuzzy Measure Theory[M]. New York: A Division of Plenum Publishing Corporation, 1992.

[2] CHEN T Y, CHANG H, TZENG G H. Using fuzzy measures and habitual domains to analyze the public attitude and apply to the gas taxi policy[J]. European Journal of Operational Research, 2002, 137: 145-161.

[3] XU K B, WANG Z Y, HENG P A, et al. Classification by nonlinear integral projections[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2003, 11(2): 187-201.

[4] KELLER J M, QIU H, TAHANI H. Fuzzy integral and image segmentation[J]. NAFIPS, 1986: 324-338.

[5] KLIR G J, WANG Z Y, HARMANIC D. Constructing fuzzy measures in expert systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 92: 251-264.

[6] WANG Z Y, WANG J. Using genetic algorithm for extension and fitting of belief measures and plausibility measures[J]. NAFIPS, 1996: 348-350.

[7] WANG Z Y, LEUNG K S, WANG J. Genetic algorithms used for determining belief measures and plausibility measures[J]. NAFIPS, 1997: 195-198.

[8] WANG W, WANG Z Y, KLIR G J. Genetic algorithms for determining fuzzy measures from data[J]. Intell Fuzzy Systems, 1998, 6(2): 171-183.

[9] CHEN T Y, WANG J C, TZENG G H. Identification of general fuzzy measures by genetic algorithms based on partical information[J]. IEEE Transactions of Systems, Man and Cybernetics, 2000, 30(4): 517-528.

[10] COMBARRO E F, MIRANDA P. Identification of fuzzy measures from sample data with genetic algorithms[J]. Computer and Operations Research, 2006, 33: 3 046-3 066.

[11] WANG J, WANG Z Y. Using neural networks to determine Sugeno measures by statistics[J]. Neural Networks, 1997, 10(1): 183-195.

[12] 赵环宇, 王熙照, 魏可嘉. 应用粒子群算法从数据中确定模糊测度[A]. 中国系统工程学会模糊数学与模糊系统委员会第十四届学术会议[C]. [S.l.]: [s.n.], 2008. 357-362.

[13] ZHAO H Y, WANG X Z. A PSO-GD based hybrid algorithm for general fuzzy measure determination[A]. Machine Learning and Cybernetics 2009 International Conference[C][S.l.]: [s.n.], 1995. 2009. 553-556.

[14] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[A]. IEEE International Conference on Neural Networks[C]. [S.l.]: [s.n.], 1995. 1 942-1 948.

[15] 池 越, 刘剑飞, 陈国鹰, 等. 基于QPSO的自适应均衡算法[J]. 河北科技大学学报(Journal of Hebei University of Science and Technology), 2009, 30(2): 116-119.