文章编号: 1008-1542(2010)03-0214-05

耦合发电机系统的动力学分析及其自适应控制

吴淑花[1], 刘振永[1], 郝建红[2], 马志春[1]

(1. 石家庄学院物理与电气信息工程系, 河北石家庄　050035; 2. 华北电力大学电气与电子工程学院, 北京　102206)

摘　要: 利用相图、庞加莱截面、功率谱、时间序列图分析了耦合发电机系统的混沌吸引子的特点、对称性、平衡点及稳定性等基本动力学特性。提出了在目标态未知的情况下利用自适应反馈法将混沌系统精确地控制到不稳平衡点, 并给出了理论证明, 数值模拟验证了该方法的有效性和可行性。

关键词: 耦合发电机系统; 动力学特性; 自适应控制

中图分类号: TM31; TP273^{+}.2　　文献标志码: A

Dynamical analysis and adaptive control for coupled dynamos system

WU Shu-hua[1], LIU Zhen-yong[1], HAO Jian-hong[2], MA Zhi-chun[1]

(1. Department of Physics and Electrical Information Engineering, Shijiazhuang University, Shijiazhuang Hebei 050035, China; 2. School of Electric and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: The basic dynamic characters for the coupled dynamos system are analyzed by phase map, Poincar section, power spectrum and time series. It involves chaotic attractor, symmetry, equilibrium states and stability. In the case where the knowledge of goal states is not known, an adaptive feedback control is used to stabilize unstable steady states for the coupled dynamos system, and the academic provenance is given. Numerical simulations verify the validity and feasibility of the method.

Key words: coupled dynamos system; dynamical properties; adaptive control

近年来, 由于混沌控制具有巨大的应用前景而吸引了物理学家的极大兴趣。1990 年, OTT 等基于有无穷多的不稳定周期轨道嵌入在奇怪吸引子中这一事实, 提出了一种利用混沌内在特性的控制策略(即 OGY 法)[1]。此后, 人们提出了许多混沌控制的方法, 这些控制方法大体可以分为反馈方法和非反馈方法 2 大类[2-8]。反馈方法有 OGY 法、自适应控制、延迟反馈控制(DFC)、线性反馈控制、非线性反馈控制、变结构控制、模糊控制等等。非反馈控制方法有弱周期参数扰动法、弱周期脉冲附加法、弱噪声信号附加法等等。每种方法都有其优势和不足, 选择合适的方法是有效进行混沌控制的关键。

深入细致地研究系统的混沌行为将有助于认识和有效地进行混沌形态的控制。笔者就文献[9]中的耦合发电机系统模型, 利用理论推导、数值仿真、Poincar 截面图等, 分析了系统的基本动力学特性。已有学者对该系统的混沌控制作了大量的研究[9-11]。文献[9]中, 作者用 2 种反馈方法(单反馈法和双反馈法)将耦合发电机系统镇定到平衡点和极限环, 数值模拟结果显示这 2 种反馈方法是非常有效的, 然不足的是需要提前计算得到目标态的精确信息。笔者将反馈方法进一步完善, 在不知道目标态的精确信息情况下, 利用自适应

收稿日期: 2009-12-07; 修回日期: 2010-01-08; 责任编辑: 王士忠
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10775018)
作者简介: 吴淑花(1968-), 女, 河北石家庄人, 讲师, 硕士, 主要从事非线性动力学与混沌控制方面的研究。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

控制法将耦合发电机系统控制到不稳平衡点, 并对该方法的控制过程和结果进行了理论分析和数值模拟。

1　耦合发电机系统的混沌模型

耦合发电机系统是 1 个具有混沌特征的非线性动力学系统, 该系统由 2 个连接在一起的发电机组成, 其中任何一台发电机都处于另一台发电机产生的电流所形成的磁场中。选择适当变量, 该系统可以用下面的 1 个四维常微分方程组来表示[10-11]:

$\dot{x}_1 = \omega_1 x_2 - \mu_1 x_1$, $\dot{x}_2 = \omega_2 x_1 - \mu_2 x_2$, $\dot{\omega}_1 = q_1 - \varepsilon_1 \omega_1 - x_1 x_2$, $\dot{\omega}_2 = q_2 - \varepsilon_2 \omega_2 - x_1 x_2$。

其中 x_1, x_2 分别表示2 台发电机的电流变量; ω_1, ω_2 表示 2 个发电机转子的角速度; q_1, q_2 为转子受到的扭转力矩; μ_1, μ_2, ε_1 和 ε_2 是表征发电机耗散效果的正数参数。令 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$, 则耦合发电机系统可用 1 个具有混沌特征的三维自治方程组来描述:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\mu x_1 + x_2(x_3 + \alpha) \\ \dot{x}_2 = -\mu x_2 + x_1(x_3 - \alpha) \\ \dot{x}_3 = x_3 - x_1 x_2 \end{cases}, \tag{1}$$

其中, μ 和 α 分别作为系统的控制参数(μ 为正数参数, α 为非零参数)。当 $\mu > 1/2$ 时, 系统(1)的向量场散度

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F} = \frac{\partial F_1}{\partial x_1} + \frac{\partial F_2}{\partial x_2} + \frac{\partial F_3}{\partial x_3} = -2\mu + 1 < 0,$$

其中, $\boldsymbol{F} = (F_1, F_2, F_3) = (-\mu x_1 + x_2(x_3 + \alpha), -\mu x_2 + x_1(x_3 - \alpha), x_3 - x_1 x_2)$。

可见, 系统(1)是类似于 Lorenz 的受迫耗散系统, 但不拓扑等价[12]。故 $\forall t \geqslant 0$, $\exists x_1(t), x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 全局有界并且连续可微。变换 $(x_1, x_2, x_3) \rightarrow (-x_1, -x_2, x_3)$ 后, 系统保持不变, 故系统具有以 x_3 为轴的自然对称性。

2　耦合发电机系统的动力学分析

2.1　耦合发电机系统的典型混沌吸引子

当参数 $\mu = 2$ 和 $\alpha = 3$ 时, 作者研究了系统(1)的动力学行为。图 1a) —图 1d) 显示了系统(1)具有 1 个典型的混沌吸引子(本文中的单位均采用约化单位); 图 1e) 反映了在 $x_1 = 0$ 截面上的庞加莱映像, 这些点形成了具有某种形状和自相似结构的图案; 图 1f) 显示了 $x_3(t)$ 的功率谱是连续的; 图 1g) 反映了 $x_3(t)$ 的时间序列是非周期的。

用奇异值方法计算得到系统(1)的 3 个 Lyapunov 指数: $\lambda_1 = 0.449\ 3$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = -3.449\ 3$。按照 Kaplan 和 Yorke 猜想[13], 可求出系统(1)的 Lyapunov 维数

$$d_e = j + \frac{1}{\lambda_{j+1}} \sum_{i=1}^{j} \lambda_i = 2 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{|\lambda_3|} = 2.130\ 3,$$

系统(1)具有分数维。以上分析表明系统(1)在参数 $\mu = 2$ 和 $\alpha = 3$ 时的运动是混沌的。

2.2　耦合发电机系统的平衡点及稳定性分析

令 $\boldsymbol{F} = 0$, 即

$$-\mu x_1 + x_2(x_3 + \alpha) = 0, \quad -\mu x_2 + x_1(x_3 - \alpha) = 0, \quad x_3 - x_1 x_2 = 0$$

得到系统(1)的平衡点为

$$E_0 = (0, 0, 0), \quad E_1 = (-\beta_2, \beta_1, -\gamma), \quad E_2 = (\beta_2, -\beta_1, -\gamma),$$
$$E_3 = (\beta_1, \beta_2, \gamma), \quad E_4 = (-\beta_1, -\beta_2, \gamma),$$

其中, $\beta_1 = \sqrt{\gamma(\gamma + \alpha)/\mu}$, $\beta_2 = \sqrt{\gamma(\gamma - \alpha)/\mu}$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \mu^2}$。若将系统的平衡点用 $E(x_1, x_2, x_3)$ 来表示, 则系统(1)在平衡点的 Jacobi 矩阵为

$$\boldsymbol{J}(E) = \begin{bmatrix} -\mu & x_3 + \alpha & x_2 \\ x_3 - \alpha & -\mu & x_1 \\ -x_2 & -x_1 & 1 \end{bmatrix},$$

和特征多项式

$$f(\lambda) = \lambda^3 + (2\mu - 1)\lambda^2 + (\alpha^2 + \mu^2 - 2\mu + \bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 - \bar{x}_3^2)\lambda + (\mu\bar{x}_1^2 + \mu\bar{x}_2^2 + \bar{x}_3^2 + 2\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 - \alpha^2 - \mu^2)。 \tag{2}$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

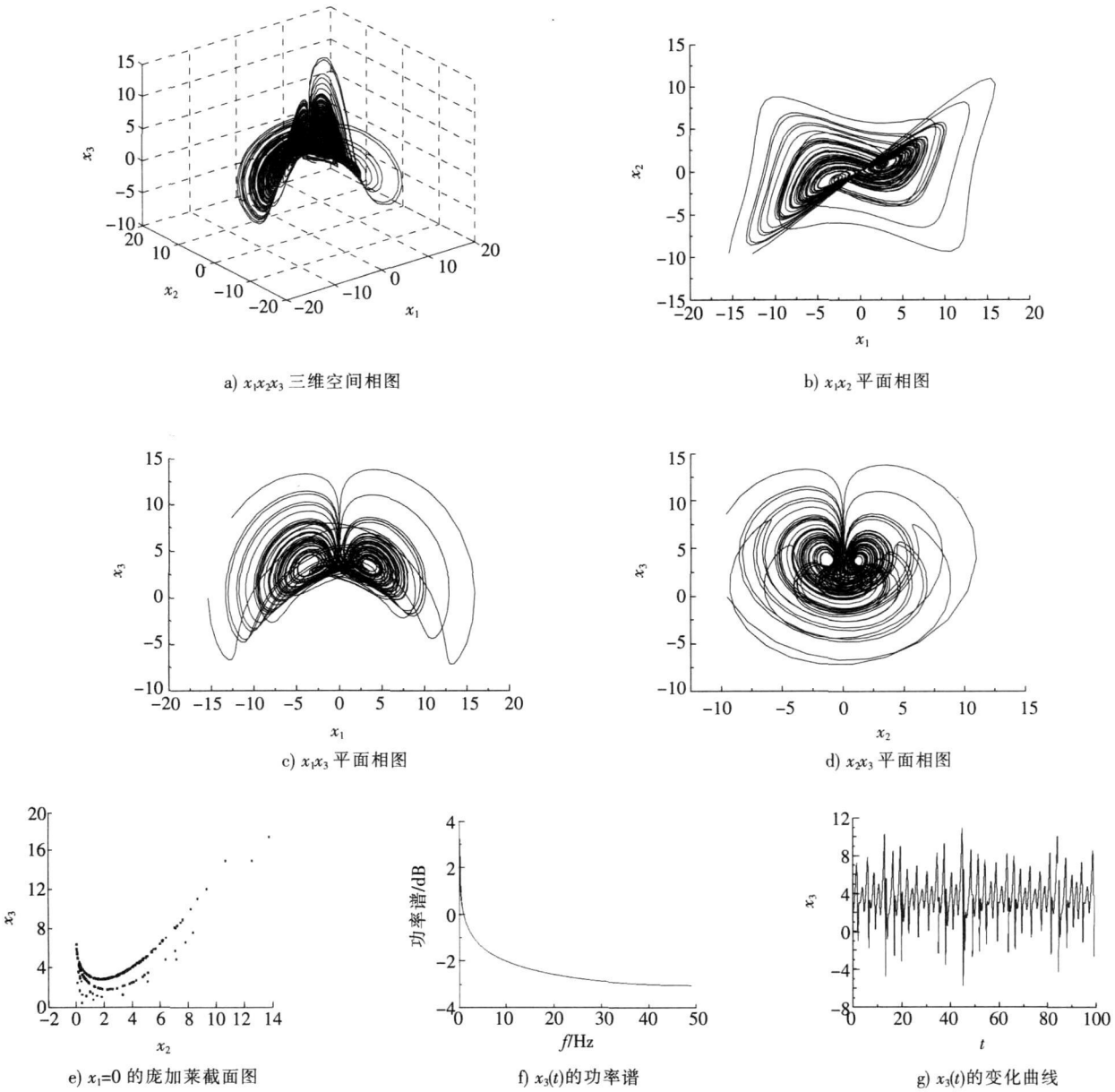

图 1 当 μ= 2, α= 3 时系 统(1)的混沌动力学行为分析

Fig. 1 Dynamical analysis of sysytem (1) at μ= 2 and α= 3

将系统(1)在各平衡点处的线性化系统的特征多项式统一表示为

$$f(\lambda)=\lambda^3+A\lambda^2+B\lambda+C。\tag{3}$$

由式(2)计算得到 $E_0(0,0,0)$处的特征多项式

$$f(\lambda)=\lambda^3+(2\mu-1)\lambda^2+(\alpha^2+\mu^2-2\mu)\lambda+(-\alpha^2-\mu^2)。\tag{4}$$

由式(3)和式(4)可知, 此时 $A=2\mu-1$, $B=\alpha^2+\mu^2-2\mu$, $C=-\alpha^2-\mu^2$, $AB-C=2\mu(\alpha^2+(\mu-1)^2)$。

根据 Routh-Hurwitz 条件, 当仅当 $A>0$, $B>0$, $C>$, $AB-C>0$ 时, 所有的特征值才都具有负实部。本系统在 $\mu>1/2$ 的条件下, $C<0$。也就是说, 不是所有的特征值都具有负实部, 因此平衡点 $E_0(0,0,0)$ 是三维相空间中的一个不稳定鞍点。

把系统(1)分别在平衡点 E_1, E_2, E_3, E_4 处线性化, 可以得到如下相同的特征多项式

$$f(\lambda)=\lambda^3+(2\mu-1)\lambda^2+\frac{2\alpha^2}{\mu}\lambda+4(\alpha^2+\mu^2),$$

在 $\mu>1/2$ 条件下, 根据 Routh-Hurwitz 条件判定, 这 4 个平衡点($E_1\sim E_4$)都是三维相空间中的不稳定焦点, 其位置具有对称性。观察图 1a) —图 1d), 系统(1)的吸引子不但具有低维混沌吸引子的一般特点, 还具

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

有更复杂的折叠和拉伸结构, 这说明了系统(1) 在局部上比低维混沌系统具有更强的不稳定性。图 1a) 显示不稳鞍点 E_0 居于混沌吸引子的中央, 整个吸引子以 x_3 轴对称。周边的 4 个环形区域各围绕 1 个不稳定的焦点, 形成 1 个多边的螺旋型的混沌吸引子。系统(1) 有 5 个平衡点, 而 Lorenz 系统只有 3 个, 因此, 它完全不同于 Lorenz 系统, 它的复杂性大大增加了混沌控制的难度。

3　自适应控制

3.1　自适应控制器

考虑一个 n 维非线性动力系统 $\dot{x}_i = f_i(x)$, 在右边加入控制器 u 后受控系统变为

$$\dot{x}_i = f_i(x) + u_i, \quad i \in \{1, 2, \cdots, n\}。 \tag{5}$$

当系统被控制到固定点时, 这个控制扰动将趋于 0。构造一个具有可变反馈增益 $k_i(t)$ 的闭环系统[14]

$$u_i = -k_i(x_i - y_i), \dot{k}_i = \varepsilon(x_i - y_i)^2, \tag{6}$$

其中, $\varepsilon \in R_+^n$, 可变反馈增益 $k(t) \in R_+^n$ 是一个非增加的正函数, 当系统达到平衡状态 x^* 时, k 趋于其最大值 k^*。计算平衡态 y 的位置[14]

$$\dot{y}_i = \lambda_i(x_i - y_i), \tag{7}$$

其中, $y \in R^n$, $\lambda \in R_+^n$, 这种性质保证了对任何 $\lambda > 0$ 的解有界并且 $y \to x^*$。由式(5)、式(6) 和式(7) 构成控制系统[15]

$$\dot{x}_i = f_i(x) - k_i(x_i - y_i), \dot{y}_i = \lambda_i(x_i - y_i), \dot{k}_i = \varepsilon(x_i - y_i)^2。 \tag{8}$$

然而, 经 PYRAGAS 证实, $\lambda > 0$ 时, 该控制器不能稳定系统的不稳鞍点, 只有 $\lambda < 0$ 时可以稳定[14]。

构造 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\varepsilon}(L - k_i)^2$, 其中, L 为正数参量, 对 V 求导, 得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)f_i(x) - \sum_{i=1}^{n}(L + \lambda)(x_i - y_i)^2。 \tag{9}$$

因为 $f(x)$ 是有界的, 意味着 $\exists\, l < \infty$, $\forall i$, 有 $|f_i(x)| \leqslant l|x_i - y_i|$。如果 $x_i \neq y_i$, 选择 $L > l$, 由上式得到如下的不等式

$$\dot{V} \leqslant W = -(L - l)\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2 \leqslant 0。 \tag{10}$$

当 $\forall i, x_i = y_i$ 时有 $\dot{V} = 0$。按照 LaSalle 不变原理, 式(10) 保证了 $t \to \infty$ 在系统 $\dot{x}_i = f_i(x)$ 的任何有界的解都趋于不稳定的平衡点。

3.2　数值模拟

此控制器具有一定的灵活性, 通过选择不同的施控时间, 可以将系统控制到不同的不稳平衡点上, 控制的目标由施加控制时系统的运动轨迹决定。也就是说, 施控时, 未被控制的系统运动到距离最近的不稳平衡点将被稳定。

通常情况下, 上面的控制器维数被简化使用。如果将一维控制器加到系统(1) 的第 1 个方程上, 受控系统变为如下形式:

$$\dot{x}_1 = -\mu x_1 + x_2(x_3 + \alpha) - k(x_1 - y), \dot{x}_2 = -\mu x_2 + x_1(x_3 - \alpha), \dot{x}_3 = x_3 - x_1x_2,$$
$$\dot{y} = \lambda(x_1 - y), \dot{k} = \varepsilon(x_1 - y)^2。 \tag{11}$$

选取 $\mu = 2$, $\alpha = 3$, 时间步长取 0. 01, 采用四阶 Runge-Kutta 法求解方程(11)。在以下所有数值模拟中选择初始值 $(x_1, x_2, x_3, k, y)_{t=0} = (1, 1, 2, 0, 0)$。

3. 2. 1　对不稳焦点 $E_1 \sim E_4$ 的稳定

将控制器加在系统(1) 第 1 个子方程上(见方程(11)) , 令 $\varepsilon = 0.3$, $\lambda = 0.3$, 在 $t = 11$ 时刻加入控制, 系统(1) 被稳定在 $E_1(-1.045, 3.451, -3.606)$ 点(见图 2 所示)。改变控制时间 $t = 12$, 系统(1) 被稳定在另一个平衡态 E_2 $(1.045, -3.451, -3.606)$ 点。

将控制器加在系统(1) 的第 2 个子方程上, 令 $\varepsilon = 0.3$, $\lambda = 0.3$, 在 $t = 11$ 时刻加入控制, 系统(1) 被稳定在 $E_3(3.451, 1.045, 3.606)$ 点; 当控制时间为 $t = 12$ 时, 系统(1) 被稳定在 $E_4(-3.451, -1.045, 3.606)$ 点。

3. 2. 2　稳定不稳鞍点 E_0

将控制器加在系统(1) 的第 3 个子方程上, 令 $\varepsilon = 0.3$, $\lambda = -0.3$, 在 $t = 12$ 时刻加入控制, 系统(1) 被稳定

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

在 E_0 点。图 3 显示了鞍点 E_0 被稳定的过程。

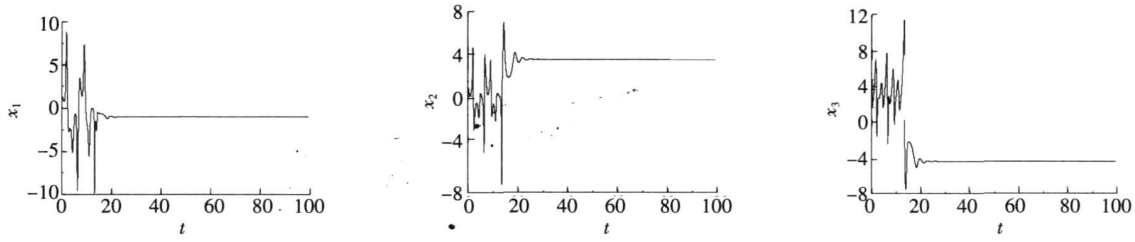

图 2 稳定不稳焦点

Fig. 2 Stabilization of unstable focus point

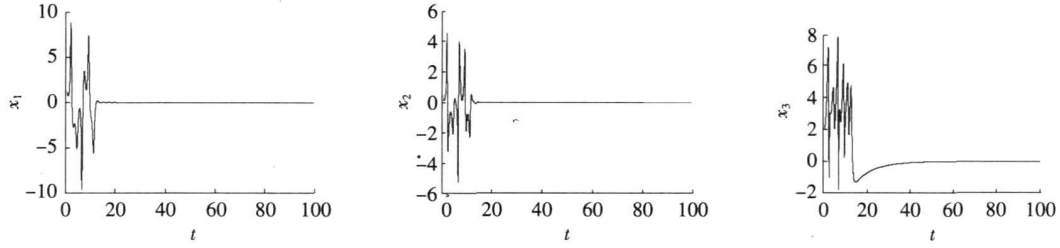

图 3 稳定不稳鞍点

Fig. 3 Stabilization of unstable saddle point

4 结 语

研究了耦合发电机系统的基本性质, 计算了 Lyapunov 指数和维数、时域波形图、频谱图和庞加莱截面图, 讨论了系统的平衡点及其稳定性。基于 LaSalle 不变原理设计了一个自适应控制器, 在不知道系统目标态的情况下实现了耦合发电机系统的混沌控制。数值仿真结果表明了该方法简单, 易于操作, 且控制效果好, 收敛的速度快, 在实际工程中有广泛的应用价值。

参考文献:

[1] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64: 1 196-1 199.

[2] CHEN G. On some controllability conditions of chaotic dynamics control[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1997, 8(9): 1 461-1 470.

[3] PYRAGAS K, TAMASEVICIUS A. Experiment control of chaos by delayed self-controlling feedback[J]. Phys Lett A, 1993, 180: 99-102.

[4] RAMESH M, NARAYNAN S. Chaos control by nonfeedback methods in the presence of noese[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1999, 10(9): 1 473-1 489.

[5] RAJASEKAR S, MURRAALI K, LAKSHMANAN M. Control of chaos by nonfeedback methods in a simple electronic circuit system and the Fitz Hugh-Nagumo equation[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 1997, 8(9): 1 554-1 558.

[6] FRANZ M, ZHANG M H. Supression and creation of chaos in a periodically forced Lorenz system[J]. Phys Rev E, 1994, 52(4): 3 558-3 565.

[7] 陈予恕, 梁建术. 自适应延迟反馈控制混沌方法[J]. 河北科技大学学报(Journal of Hebei University of Science and Technology), 2006, 27(4): 267-271.

[8] 梁建术, 刘廷召. 不变流行法对动力系统的混沌控制[J]. 河北科技大学学报(Journal of Hebei University of Science and Technology), 2003, 24(2): 13-18.

[9] 王兴元, 武相军. 变形耦合发电机系统中的混沌控制[J]. 物理学报(Acta Physica Sinica), 2006, 55(10): 5 083-5 093.

[10] AGIZA H N. Controlling chaos for the dynamical system of coupled dynamos[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 13: 341-352.

[11] LI S H, TIAN Y P. Global stabilization of a coupled dynamo system[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2003, 16: 787-793.

[12] VANECEK A, CELIKOVSKY S. Control systems: From linear analysis to synthesis of chaos[M]. London: Prentice-Hall, 1996.

[13] HUANG D. Adaptive-feedback control algorithm[J]. Phy Rev E, 2006, 73(6): 66 204-66 211.

[14] PYRAGAS K, PYRAGS V, KISS I Z, etc. Adaptive control of unknown unstable steady states of dynamical systems[J]. Phys Rev E, 2004, 70(2): 26 215-26 226.

[15] BRAUN D J. Adaptive steady-state stabilization for nonlinear dynamical systems[J]. Phys Rev E, 2008, 78(1): 16 213-16 218.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net