第28卷第3期 河北科技大学学报 Vol.28, No.3
2007年9月 Journal of Hebei University of Science and Technology Sept.2007

文章编号:1008-1542(2007)03-0180-06

带时变时滞的不确定网络化控制系统的H_∞控制

仇计清[1],高志峰[1],王菊芳[1],杨丽芸[1],张建中[2]

(1.河北科技大学理学院,河北石家庄 050018; 2.石家庄铁道学院四方学院,河北石家庄 050228)

摘 要:针对带时变时滞和不确定参数的网络化控制系统,研究其H_∞状态反馈控制问题,给出了一个满足给定的H_∞范数界γ的时滞相关的鲁棒稳定性准则,它是根据Lyapunov-Krasovskii泛函方法以线性矩阵不等式的形式给出。然后将这个准则转化为H_∞控制问题的一个充分条件,所得到的条件可用来设计一个H_∞状态反馈控制器。最后,给出数值例子来说明所提出方法的有效性和可行性。

关键词:时变时滞;线性矩阵不等式(LMIs);网络化控制系统;鲁棒稳定性

中图分类号:O231 文献标识码:A

H_∞ control for uncertain networked control systems with time-varying delays

QIU Ji-qing[1], GAO Zhi-feng[1], WANG Ju-fang[1], YANG Li-yun[1], ZHANG Jian-zhong[2]

(1. College of Sciences, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China; 2. College of Sifang, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang Hebei 050228, China)

Abstract: We investigate H_∞ state feedback control for a networked control system with time-varying delays and parameter uncertainties. A time-delay dependent robust stability criterion satisfying a prescribed H_∞ norm bound is given in the form of linear matrix inequalities by using the Lyapunov-Krasovskii functional method. Then the criterion is transformed into a sufficient condition for H_∞ control, the condition obtained is also used to design an H_∞ state feedback controller. A numerical example is given to illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Key words: time-varying delays; linear matrix inequalities(LMIs); networked control systems; robust stability

网络化控制系统NCSs(networked control systems)是一种全分布式、网络化的实时反馈控制系统,是指某个区域现场传感器、控制器及执行器和通信网络的集合,用以提供设备之间的数据传输,使该区域内不同地点的用户实现资源共享和协调操作。网络化控制是复杂大系统控制和远程控制系统的客观需求,传感器、执行机构和驱动装置等现场设备的智能化为通信网络在控制系统更深层次的应用提供了必要的物质基础。NCSs广泛地应用在自动化制造工厂、电厂、机器人、高级的航天航空器和电气化运输工具上。NCSs将通信网络引入控制系统,连接智能现场设备和自动化系统,实现了现场设备控制的分布化和网络化,同时也加强了现场控制和上层管理的联系。但同时由于网络中的信息源很多,信息的传送要分时占用网络通信线路,而网络的承载能力和通信带宽有限,必然造成信息的冲撞、重传等现象的发生,使得信息在传输过程中不可避免地存在时滞[1,2]。时滞是由于受到网络所采用的通信协议、网络当时的负荷状况、网络的传输速率和信息包的大小等诸多因素的影响,而呈现出或固定或随机、或有界或无界的特征,导致控制系统性能的下降

收稿日期:2006-10-30;修回日期:2007-01-05;责任编辑:张 军

作者简介:仇计清(1956-),男,河北井陉人,教授,博士,主要从事鲁棒控制、模糊复分析、可拓数学等方面的研究。

甚至不稳定,同时也给控制系统的分析、设计带来了很大的困难。

本文基于线性矩阵不等式的方法,研究了带时变时滞的 H_∞ 网络控制问题[3~5]。首先讨论一个带时变时滞的典型的 NCSs 模型,并假设的时滞是未知的、时变的、有界的。然后基于模型推出满足给定的 H_∞ 范数界的时滞相关的稳定性准则。接着将得到的准则转换成基于 LMI 的条件,并用此条件来设计 H_∞ 状态反馈控制器。最后,给出数值例子来说明所提出方法的有效性和可行性。

1　网络化控制系统的描述

本文所要考虑的 NCSs 的模型如图 1 所示,网络所导致的时滞 $\tau_{sc}(t)$ 和 $\tau_{ca}(t)$ 分别是在传感器和控制器之间及控制器和执行器之间。

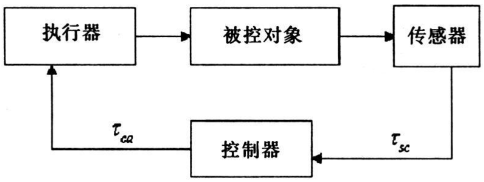

图 1　网络化控制系统模型

Fig. 1　Networked control systems model

被控对象的数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t)= \boldsymbol{A}(t)x(t)+\boldsymbol{A}_d(t)u(t)+\boldsymbol{B}(t)w(t), \\ z(t)= \boldsymbol{C}x(t)+\boldsymbol{D}w(t), \\ x(t)= \Phi(t),\ \forall t\in[-h,0]。\end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t)\in \mathbf{R}^n$ 为系统状态; $u(t)\in \mathbf{R}^m$ 为系统的控制输入; $w(t)\in \mathbf{R}^n$ 为系统的外部扰动输入; $\Phi(t)$ 是一个连续的向量值初始函数。

$$\boldsymbol{A}(t)= \boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A}(t), \boldsymbol{A}_d(t)= \boldsymbol{A}_d+\Delta\boldsymbol{A}_d(t), \boldsymbol{B}(t)= \boldsymbol{B}+\Delta\boldsymbol{B}(t)。$$

其中: $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A}_d, \boldsymbol{B}$ 为已知的适当维数的常数矩阵; $\Delta\boldsymbol{A}(t)$, $\Delta\boldsymbol{A}_d(t)$, $\Delta\boldsymbol{B}(t)$ 是适当维数的时变不确定矩阵。将它们按如下形式给出:

$$\Delta\boldsymbol{A}(t)= D_1F_1(t)E_1,\ \Delta\boldsymbol{A}_d(t)= D_2F_2(t)E_2,\ \Delta\boldsymbol{B}(t)= D_3F_3(t)E_3, \tag{2}$$

其中: $D_1, D_2, D_3, E_1, E_2, E_3$ 是已知的适当维数的常数矩阵; $F_i(t)\,(i=1,2,3)$ 是未知的时变矩阵,且满足:

$$F_1^{\mathrm{T}}(t)F_1(t)\leqslant I,\ F_2^{\mathrm{T}}(t)F_2(t)\leqslant I,\ F_3^{\mathrm{T}}(t)F_3(t)\leqslant I。\tag{3}$$

一个状态反馈控制律按如下形式给出: $u_c(t)= Kx(t-\tau_{sc}(t))$。控制信号通过网络传输到被控对象,把控制输入考虑到被控对象中,则有:

$$u(t)= u_c(t-\tau_{ca}(t))= Kx(t-\tau_{sc}(t)-\tau_{ca}(t))= Kx(t-\tau(t)), \tag{4}$$

其中 $\tau(t)= \tau_{sc}(t)+\tau_{ca}(t)$。

显而易见,整体的讨论时滞 $\tau(t)$ 比单独的讨论 2 个分量时滞 $\tau_{sc}(t)$ 和 $\tau_{ca}(t)$ 要简单得多,下面对所要考虑的时变时滞做两点假设:

1) 时滞 $\tau_{sc}(t)$ 和 $\tau_{ca}(t)$ 是随机变化的;

2) 整体时滞 $\tau(t)$ 是有界的,满足 $0<\tau(t)\leqslant h$ (h 是已知常数)。

结合式(1)和式(4),得到以下闭环网络控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t)= \boldsymbol{A}(t)x(t)+\boldsymbol{A}_k(t)x(t-\tau(t))+\boldsymbol{B}(t)w(t), \\ z(t)= \boldsymbol{C}x(t)+\boldsymbol{D}w(t), \\ x(t)= \Phi(t),\ \forall t\in[-h,0], \end{cases} \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{A}_k(t)= \boldsymbol{A}_d(t)K$。

2　预备知识

引理 1　给定 3 个实矩阵 $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$,其中 $\Sigma_1^{\mathrm{T}}= \Sigma_1>0$, $\Sigma_2^{\mathrm{T}}= \Sigma_2>0$,如果有下面的不等式成立 $\Sigma_1+\Sigma_3^{\mathrm{T}}\Sigma_2^{-1}\Sigma_3<0$,那么当且仅当有:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_3^{\mathrm{T}} \\ \Sigma_3 & -\Sigma_2 \end{bmatrix} < 0 \text{ 或 } \begin{bmatrix} -\Sigma_2 & \Sigma_3 \\ \Sigma_3^{\mathrm{T}} & \Sigma_1 \end{bmatrix} < 0。$$

引理 2[6] 假定 $a(\cdot)\in\mathbf{R}^n$, $b(\cdot)\in\mathbf{R}^m$ 和 $\boldsymbol{M}\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 定义在区间 Ω 上，那么对于任意的矩阵 $\boldsymbol{X}\in\mathbf{R}^{n\times n}$, $\boldsymbol{Y}\in\mathbf{R}^{n\times m}$ 和 $\boldsymbol{Z}\in\mathbf{R}^{m\times m}$，下面的不等式成立：

$$-2\int_\Omega a^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{M}b(\alpha)\mathrm{d}\alpha \leqslant \int_\Omega \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y}-\boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}\mathrm{d}\alpha。$$

3 主要结论

定理1 考察网络化控制系统(1)，假定存在状态反馈控制律(4)，对于式(2)中所给定的不确定项，如果存在实矩阵 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$，正定对称矩阵 $\boldsymbol{P},\boldsymbol{Q},\boldsymbol{Z}$ 和标量 $e_1>0$, $e_2>0$ 使得下面的矩阵不等式成立：

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \boldsymbol{PA}_k-\boldsymbol{Y} & \boldsymbol{PB} & h\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} & \boldsymbol{PD}_1 & \boldsymbol{PD}_2 & \boldsymbol{PD}_3 & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \\ * & \Sigma_{22} & 0 & h\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma\boldsymbol{I}+e_2\boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_3 & h\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -h\boldsymbol{Z} & h\boldsymbol{ZD}_1 & h\boldsymbol{ZD}_2 & h\boldsymbol{ZD}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -e_1\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -e_2\boldsymbol{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\gamma\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \qquad (6)$$

和

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{Y} \\ \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z} \end{bmatrix} \geqslant 0。 \qquad (7)$$

其中：$\Sigma_{11}=\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+h\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}+e_1E_1^{\mathrm{T}}E_1$；$\Sigma_{22}=-(1-d)\boldsymbol{Q}+K^{\mathrm{T}}E_2^{\mathrm{T}}E_2\boldsymbol{K}$。

那么不确定网络化控制系统(1)对于任意的时变时滞 $0\leqslant\tau(t)\leqslant h$ 和 $\dot{\tau}(t)<d\leqslant 1$ 是鲁棒渐进稳定的并且满足 H_∞ 范数界 γ。

证明 首先构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函：

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t), \qquad (8)$$

其中：$V_1(t)=x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t)$；$V_2(t)=\int_{-h}^0\int_{t+\beta}^t \dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{Z}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta$；$V_3(t)=\int_{t-\tau(t)}^t x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}x(s)\mathrm{d}s$。

显然存在常数 σ_1 和 σ_2，使得 $\sigma_1\|x(t)\|^2\leqslant V(t)\leqslant\sigma_2\|x(t)\|_c^2$ 成立。令 $\sigma_1=\lambda_{\min}(\boldsymbol{P})$，$\sigma_2=\lambda_{\max}(\boldsymbol{P})+h^2[\lambda_{\max}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{ZA}(t))+\lambda_{\max}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}B(t))+h\lambda_{\max}(\boldsymbol{Q})$，$\lambda_{\max}$ 和 $\lambda_{\min}$ 分别代表最大和最小特征值，$\|x(t)\|_c=\max\|x(t)\|$。

沿着系统(1)的轨迹对式(8)中 $V(t)$ 求导，则有：

$$\dot{V}_1(t)=x^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{A}_k(t))+(\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{A}_k(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]x(t)+ \\ 2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PB}(t)w(t)-2x(t)\boldsymbol{PA}_k(t)\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \qquad (9)$$

把引理2中的 $a(\cdot)$, $b(\cdot)$ 和 $\boldsymbol{M}$ 定义如下：$a(\alpha)=x(t)$, $b(\alpha)=\dot{x}(\alpha)$ 和 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{PA}_k(t)$。在式(9)中应用引理2，能够得到如下不等式：

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leqslant{} & x^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{A}_k(t))+(\boldsymbol{A}(t)+\boldsymbol{A}_k(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]x(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PB}(t)w(t)+hx^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}x(t)+ \\ & 2x(t)[\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{PA}_k(t)]\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha+\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{Z}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha= \\ & x^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{PA}(t)+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}+h\boldsymbol{X}+\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}]x(t)+2x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PB}(t)w(t)- \\ & 2x^{\mathrm{T}}(t)[\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{PA}_k(t)]x(t-\tau(t))+\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^{\mathrm{T}}(\alpha)\boldsymbol{Z}\dot{x}(\alpha)\mathrm{d}\alpha, \end{aligned} \qquad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t)={} & h\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Z}\dot{x}(t)-\int_{t-h}^t \dot{x}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Z}\dot{x}(s)\mathrm{d}s= \\ & hx^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{ZA}(t)x(t)+2hx^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}^{T}(t)\boldsymbol{ZA}_k(t)x(t-\tau(t))+2hx^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{ZB}(t)w(t)+ \\ & hx^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{ZA}_k(t)x(t-\tau(t))+2hx^{\mathrm{T}}(t-\tau(t))\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{ZB}(t)w(t)+ \end{aligned}$$

$$hw^{T}(t)B^{T}(t)ZB(t)w(t)-\int_{t-h}^{t}x^{T}(s)Zx(s)\mathrm{d}s, \tag{11}$$

$$\begin{aligned}V_3(t)&=x^{T}(t)Qx(t)-(1-\dot{\tau}(t))x^{T}(t-\tau(t))Qx(t-\tau(t))\leqslant\\&x^{T}(t)Qx(t)-(1-d)x^{T}(t-\tau(t))Qx(t-\tau(t))。\end{aligned} \tag{12}$$

综合式(10)－式(12)可得: $\dot V(t)=\dot V_1(t)+\dot V_2(t)+\dot V_3(t)\leqslant\xi^{T}(t)\Xi\xi(t)$。

其中:
$$\Xi=\begin{bmatrix}\Xi_{11} & PA_k(t)-Y+hA^{T}(t)ZA_k(t) & PB(t)+hA^{T}(t)ZB(t)\\ * & -(1-d)Q+hA_k^{T}(t)ZA_k(t) & hA_k^{T}(t)ZB(t)\\ * & * & hB^{T}(t)ZB(t)\end{bmatrix},$$

$$\xi(t)=[x^{T}(t)\quad x^{T}(t-\tau(t))\quad w^{T}(t)],\ \Xi_{11}=PA(t)+A^{T}(t)P+hX+Y+Y^{T}+Q。$$

如果 $\Xi<0$, 那么对任意的 $\xi(t)\neq0$, 有 $\dot V(t)<0$, 这样就能够保证网络化控制系统的稳定性。

现在, 假定系统处于零初始状态, 设 $J_T=\int_0^T(\gamma^{-1}z^{T}z-\gamma w^{T}w)\mathrm{d}t$, 那么对于任意的非零扰动输入 $w(t)\in L_2[0,\infty)$, 下面的结论是成立的:

$$J_T\leqslant\int_0^T(\gamma^{-1}z^{T}z-\gamma w^{T}w+\dot V(t))\mathrm{d}t=\int_0^T\xi^{T}(t)\Gamma\xi(t)\mathrm{d}t,$$

其中: $\gamma^{-1}z^{T}z-\gamma w^{T}w=\xi^{T}(t)\Theta\xi(t)$; $\Theta=\begin{bmatrix}\gamma^{-1}C^{T}C & 0 & \gamma^{-1}C^{T}D\\ * & 0 & 0\\ * & * & -\gamma I+\gamma^{-1}D^{T}D\end{bmatrix}$;

$$\Gamma=\Xi+\Theta=\begin{bmatrix}\Xi_{11}+\gamma^{-1}C^{T}C & PA_k(t)-Y+hA^{T}(t)ZA_k(t) & PB(t)+hA^{T}(t)ZB(t)+\gamma^{-1}C^{T}D\\ * & -(1-d)Q+hA_k^{T}(t)ZA_k(t) & hA_k^{T}(t)ZB(t)\\ * & * & -\gamma I+hB^{T}(t)ZB(t)+\gamma^{-1}D^{T}D\end{bmatrix}。$$

在式(6)的矩阵两边分别乘以向量 $\eta^{T}(t)$ 和 $\eta(t)$, 得到 $\eta^{T}(t)\Sigma\eta(t)<0$, $\eta(t)=[x^{T}(t),x^{T}(t-\tau(t)),w^{T}(t),y^{T}(t),x^{T}(t)E_1^{T}F_1^{T}(t),x^{T}(t-\tau(t))K^{T}E_2^{T}F_2^{T}(t),w^{T}(t)E_3^{T}F_3^{T}(t)]^{T}$ $y(t)$ 是具有适当维数的任意向量。

从式(5)可以得到:

$$\begin{gathered}e_1[F_1(t)E_1x(t)]^{T}[F_1(t)E_1x(t)]\leqslant e_1x^{T}(t)E_1^{T}E_1x(t),\\ e_2[F_3(t)E_3w(t)]^{T}[F_3(t)E_3w(t)]\leqslant e_2w^{T}(t)E_3^{T}E_3w(t),\\ [F_2(t)E_2Kx(t-\tau(t))]^{T}[F_2(t)E_2Kx(t-\tau(t))]\leqslant x^{T}(t-\tau(t))K^{T}E_2^{T}E_2Kx(t-\tau(t)),\end{gathered}$$

其中 $e_1>0$, $e_2>0$。从以上 3 个不等式和式(6)可以得到:

$$\begin{bmatrix}(1.1) & PA_k(t)-Y & PB(t) & hA^{T}(t)Z & C^{T}\\ * & -(1-d)Q & 0 & hA_k^{T}(t)Z & 0\\ * & * & -\gamma I & hB^{T}(t)Z & D^{T}\\ * & * & * & -hZ & 0\\ * & * & * & * & -\gamma I\end{bmatrix}<0,$$

其中 $(1.1)=PA(t)+A^{T}(t)P+hX+Y+Y^{T}+Q$。

由引理 1, 可知上述矩阵不等式等价于:

$$\begin{bmatrix}(1.1)+\gamma^{-1}C^{T}C & PA_k(t)-Y+hA^{T}(t)ZA_k(t) & PB(t)+hA^{T}(t)ZB(t)+\gamma^{-1}C^{T}D\\ * & -(1-d)Q+hA_k^{T}(t)ZA_k(t) & hA_k^{T}(t)ZB(t)\\ * & * & -\gamma I+hB^{T}(t)ZB(t)+\gamma^{-1}D^{T}D\end{bmatrix}<0。$$

所以从上述矩阵不等式可以推出 $\dot V(t)<0$, 然后根据 Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论, 如果式(6)和式(7)成立, 那么不确定时变时滞网络化控制系统(1)是鲁棒渐进稳定的。定理证完。

进一步发展已得到的结果, 在下面的定理 2 中, 努力解出状态反馈控增益矩阵 K, 从而获得所期望的状态反馈控制律。

定理 2　若存在实矩阵 $\tilde X$, $\tilde Y$, $\tilde Z$, 正定对称矩阵 L, R, $\tilde Q$ 和标量 $e_1>0$, $e_2>0$, 使得下面矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} [1.1] & A_dH-\bar{Y} & B & hLA^{\mathrm{T}} & D_1 & D_2 & D_3 & LC^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & -(1-d)\bar{Q} & 0 & hH^{\mathrm{T}}A_d^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0 & H^{\mathrm{T}}E_2^{\mathrm{T}} \\ * & * & -\gamma I+e_3E_3^{\mathrm{T}}E_3 & hB^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & D^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & * & -hR & hD_1 & hD_2 & hD_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -e_1I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -e_2I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$

和

$$\begin{bmatrix} \bar{X} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^{\mathrm{T}} & \bar{Z} \end{bmatrix} \geqslant 0,$$

其中 $[1.1]=AL+LA^{\mathrm{T}}+h\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Y}^{\mathrm{T}}+\bar{Q}+e_1G_1^{\mathrm{T}}G_1$。

则不确定网络化控制系统(1)对任意的时变时滞 $0\leqslant\tau(t)\leqslant h$ 和 $\dot{\tau}(t)<d\leqslant 1$, 是鲁棒渐进稳定的, 并且具有 H_∞ 范数界 γ, 同时可解得状态反馈律 $u(t)=HL^{-1}x(t)$。

证明 在式(6)的两端分别左乘和右乘 $\mathrm{diag}\{P^{-1},P^{-1},I,Z^{-1},I,I,I,I\}$, 在式(7)的两端分别左乘和右乘 $\mathrm{diag}\{P^{-1},P^{-1}\}$, 然后令 $L=P^{-1}$, $\bar{X}=P^{-1}XP^{-1}$, $\bar{Y}=P^{-1}YP^{-1}$, $\bar{Q}=P^{-1}QP^{-1}$, $R=Z^{-1}$, $H=KL=KP^{-1}$, $G_1=E_1L$, $\bar{Z}=P^{-1}ZP^{-1}$, 再利用引理 1, 进而就可以得到所要的结果。

从定理 2 很容易看出若网络化控制系统(1)没有不确定因素时, 有下面的推论:

推论 1 如果存在实矩阵 $\bar{X},\bar{Y},\bar{Z}$, 正定对称矩阵 $L,R,\bar{Q}$, 使得下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} [1.1] & A_dH-\bar{Y} & B & hLA^{\mathrm{T}} & LC^{\mathrm{T}} \\ * & -(1-d)\bar{Q} & 0 & hH^{\mathrm{T}}A_d^{\mathrm{T}} & 0 \\ * & * & -\gamma I & hB^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}} \\ * & * & * & -hR & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad 和 \quad \begin{bmatrix} \bar{X} & \bar{Y} \\ \bar{Y}^{\mathrm{T}} & \bar{Z} \end{bmatrix} \geqslant 0,$$

其中 $[1.1]=AL+LA^{\mathrm{T}}+h\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Y}^{\mathrm{T}}+\bar{Q}$, 则网络化控制系统(1)对任意的时变时滞 $0\leqslant\tau(t)\leqslant h$ 和 $\dot{\tau}(t)<d\leqslant 1$ 是渐进稳定的并且具有 H_∞ 范数界 γ, 同时可解得状态反馈律 $u(t)=HL^{-1}x(t)$。

4 数值例子

在这一部分, 举出例子来证明所提出方法的有效性和可行性。

例: 考虑下面的带时变时滞的网络化控制系统,

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+A_kx(t-\tau(t))+Bw(t),\ z(t)=Cx(t)+Dw(t),$$

其中 $A_k=A_dK$, $0\leqslant\tau(t)\leqslant h$。

$$A=\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ A_d=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix},\ C=(1\quad 0),\ D=0。$$

在这个例子里, 所考虑的网络控制系统的最大允许时滞 $h=1.8436$, 通过利用推论 1, 可以保证所考虑的网络控制系统是渐进稳定的, 并且满足 H_∞ 范数界 $\gamma=1.1$。最后, 应用 Matlab 的 LMI 工具箱, 可以得到下面的解矩阵:

$$\bar{X}=\begin{pmatrix} 263.8730 & -105.5082 \\ -105.5082 & 235.1203 \end{pmatrix},\ \bar{Y}=\begin{pmatrix} 213.2751 & -85.7662 \\ -85.7662 & 178.2339 \end{pmatrix},$$

$$\bar{Q}=\begin{pmatrix} 770.7377 & -262.6496 \\ -262.6496 & 703.2836 \end{pmatrix},\ R=\begin{pmatrix} 5783.0 & -1120.8 \\ -1120.8 & 4619.4 \end{pmatrix},$$

$$L=\begin{pmatrix} 1687.6 & -1452.4 \\ -1452.4 & 2317.9 \end{pmatrix},\ Z=\begin{pmatrix} 2334.9 & 97.0 \\ 97.0 & 2408.6 \end{pmatrix},$$

$$H=(261.8165\quad -138.0616)$$

再利用公式 $H=KL$, 能够得到反馈增益矩阵: $K=HL^{-1}=[0.2255, 0.0817]$。

5 结　语

在本文中, 笔者考虑了具有时变时滞的并且满足 H_∞ 范数界 γ 的不确定网络化控制系统的鲁棒稳定性, 通过构造适当的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 应用众所周知的积分不等式来处理交叉截项, 以线性矩阵不等式的形式给出了能够保证鲁棒稳定性的一个充分条件, 进而得到一个 H_∞ 状态反馈控制律。最后, 举出一个数值例子证明所提方法的有效性和可行性。

参考文献:

[1] WU M, HE Y, SHE J H. Delay-dependent criteria for the robust stability of systems with time-varying delays[J]. Control Theory and Application, 2003, 1(1): 97-100.

[2] WU M, HE Y, SHE J H. Delay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed delays[J]. Systems and Control Letters, 2004, 51(7): 57-65.

[3] ZHANG W, BRANICKY M. S, PHILLIPS S M. Stability of networked control system[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84-99.

[4] PARK H S, KIM H Y, KIM D S, et al. Maximum allowable delay bounds of networked control systems[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(11): 1 301-1 313.

[5] JIANG P, JIANG X, LI C, et al. Robust H_∞ control for the networked control systems bases on LMIs[J]. Control and Decision, 2004, 19(1): 97-100.

[6] XU S Y, LAM J. A new approach to exponential stability analysis of neural networks with time-varying delays[J]. Neural Networks, 2006, 19(1): 76-83.

(上接第 **179** 页)

因 $\deg f(x) = 2m+2 < r$, 故 $f(x)[M^r] = 0$。而又由 Kosniowski-Stong 公式

$$f(x)[M^r] = \frac{(1+a)^2 a^{2m}}{(1+a)^{l_1}}[RP_1(2m)] + \frac{(1+b)^2 b^{2m}}{(1+b)^{l_2}}[RP_2(2m)] + \frac{c^2(1+c)^{2m}}{(1+c)^{l_3}}[RP(3)] = \binom{2^N - l_1 + 2}{0} + \binom{2^N - l_2 + 2}{0} + \binom{2^N - l_3 + 2m}{1} = 1$$

得出矛盾, 故此种情况不存在。

若 $l_1 = l_2$, 则有 $(1+a)^{l_1} = (1+a)^{l_2}$, 从而 $RP_1(2m)$、$RP_2(2m)$ 上的 2 个法丛协边, 故此时的对合 (M^r, T) 等价于以 $RP(3)$ 为不动点集的对合 (N^P, T), 据文献[7]可知, (M^r, T) 协边于 0。定理证毕。

参考文献:

[1] STONG R E. Involution fixing the projective spaces[J]. Michigan Math J, 1966, 13: 445-447.

[2] ROYSTER D C. Involutions fixing the disjoint union of the two projective spaces[J]. Indiana Univ Math J, 1980, 29: 267-276.

[3] 吴振德, 刘宗泽. 不动点集为 $RP(2m) \cup RP(2n)$ 的对合[J]. 数学季刊, 1986, 1: 19-39.

[4] HOU D, TORRENCE B F. Involution fixing the disjoint union of odd-dimensional projective spaces[J]. Can Math Bull, 1994, 37: 66-74.

[5] HOU D, TORRENCE B F. Involution fixing the disjoint union of even-dimensional projective spaces[J]. Acta Math Sincia, 1996, 12: 162-166.

[6] KOSNIOWSKI C, STONG R E. Involutions and characteristic numbers[J]. Topology, 1978, 17: 309-330.

[7] CAPOBIANCO F L. Stationary points of $(Z_2)^k$-action[J]. Proceedings Amer Math Soc, 1976, 67: 377-380.