文章编号: 1008-1542(2006)02-0126-03

余数代码变换为整数的简化计算方法

王　浦[1], 王彦池[2]

(1 河北科技大学电气信息学院, 河北石家庄　050054; 2 河北科技大学老干部处, 河北石家庄　050054)

摘　要: 完整地阐明了真整除计算公式和参数确定方法, 提出 2种变换对称模余数代码为整数的简化计算方法。第 1种方法使变换过程中的真整除次数减少, 计算过程更简明, 第 2种方法采用不同的真整除公式, 计算更简单。

关键词: 余数代码; 整数; 真整除

中图分类号: O158　　文献标识码: A

Simplified computing methods to converte remainder code into intiger

WANG Pu[1], WANG Yan-chi[2]

(1 College of Electrical Engineering and Information Science, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050054, China; 2 Department of Venerable, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050054, China)

Abstract: In this paper, the formulas to compute divison with remainder equaling zero are expounded completely, and then two simplified computing methods to converte the remainder code with symmetrical moduls into intiger are advanced. The first method reduces the number of this division and the computing course becomes simpler and clearer. The second method is simpler than the first in the computing in that a different formula of the division with remainder equaling zero is used.

Key words: remainder code; intiger; division with remainder equaling zero

本文提出 2种变换对称模余数代码为整数的简化计算方法, 这 2种方法都以真整除运算为基础, 因此, 首先对真整除运算做进一步简要阐述。

1　真整除简介

设有方程

$$M \times \Delta C + e = DH \text{ 或 } H = (M \times \Delta C + e) \backslash D, \tag{1}$$

式中: H 为未知整数; M 与 D 为互质的且大于 0的整常数; e为整数自变量; ΔC 为未知整系数。

式 (1)两端乘以满足式 (2)的最小整数常数 P ($P \geqslant 0$),

$$MP + 1 = QD, \tag{2}$$

则有下述结论:

1) $\Delta C < D$。Pe除以 D, 得到整商 $Pe \backslash D$ 和余数 δ, 即

收稿日期: 2005-03-05; 修回日期: 2005-12-01; 责任编辑: 冯　民

作者简介: 王　浦 (1964-), 男, 辽宁海城人, 实验师, 硕士, 主要从事计算机控制与模糊控制理论方面的研究。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$Pe = (Pe \backslash D)D + \delta, \tag{3}$$

令 $\Delta C = \delta$,则得到真整除公式:

$$H = Qe - (Pe \backslash D)M。 \tag{4}$$

2)取消 $\Delta C < D$ 的条件。令 $\Delta C = Pe$,则有下述真整除计算公式:

$$H = Qe。 \tag{5}$$

显然,以上两式的差异在于, $Pe \backslash D$ 项是纳入真整除式中还是纳入已被 D 整除的未知系数 C 中。

真整除辅助参数 P 和 Q 由式(2)确定,可采用 M 和 D 辗转相除法得到。每次相除得到整商和余数;再以除数作为被除数,余数作为除数。即由 $Q = (M \backslash D)P + (MP + 1) \backslash D$ 得到 $MP + 1 = DQ_1$,再由 $P = (D \backslash M_1)Q_1 + (D_1Q_1 - 1) \backslash M_1$ 得到 $D_1Q_1 - 1 = M_1P_1$,依次求取按

$Q_1 = (M_1 \backslash D_1)P_1 + (M_2P_1 + 1) \backslash D_1$, $P_1 = (D_1 \backslash M_2)Q_2 + (D_2Q_2 - 1) \backslash M_2$,直到找到容易计算的 P_i 或 Q_i,按最小值确定,再反向代入求出 P 和 Q。

2　2种变换计算方法

现在阐述两种变换对称模余数代码为整数的简化计算真方法。

2.1　第 1种方法

整数 $N_0 = m_0N + r_0$。其中整数 N 与其对称模余数代码 $r_j(j = 0, 1, \cdots, 2n)$ 的关系由 n 个方程对描述

$$\begin{cases} b_{2i-1}m_{2i-1} + e_{2i-1} = a_{2i-1}N, \\ b_{2i}m_{2i} + e_{2i} = -a_{2i}N, \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, n, \tag{6}$$

式中:对称模 $m_{2i-1} = m_0 - a_{2i}$; $m_{2i} = m_0 + a_{2i}$; $e_{2i-1} = r_{2i-1} - r_0$; $e_{2i} = r_{2i} - r_0$; a_{2i} 为选模系数。

式(6)每个方程对的 2个方程,分别乘以另一方程的模,相加后得到 n 个方程,

$$C_iM_i + e_{mi} = 2a_{2i}^2N, \quad i = 1, 2, \cdots, n, \tag{7}$$

式中: $M_i = m_{2i}m_{2i-1}$; $e_{mi} = m_{2i-1}e_{2i} + m_{2i}e_{2i-1}$; $C_i = b_{2i} + b_{2i-1}$。显然,由于 m_{2i} 与 m_{2i-1} 互质,则 m_{2i} 和 m_{2i-1} 与 a_{2i} 互质。故 M_i 与 $2a_{2i}^2$ 互质,从而满足真整除限制条件。注意,此处采用真整除公式(4)。式(7)的每个方程真整除以 $2a_{2i}^2$ 后得到

$$d_{i0}M_i + e_{i0} = N, \quad i = 1, 2, \cdots, n。 \tag{8}$$

当然可以继续用上述方法求 N。

以式(8)中 $i > 1$ 的方程分别减去 $i = 1$ 的方程,考虑到 $d_{i0}M_i - d_{10}M_1 = (d_{i0} - d_{10})M_i - d_{10}(a_{2i}^2 - a_2^2)$,得到 $n - 1$ 个方程

$$C_{i1}M_i - d_{10}(a_{2i}^2 - a_2^2) + (e_{i0} - e_{10}) = 0, \quad i = 2, 3, \cdots, n, \tag{9}$$

式中: $a_{2i}^2 - a_2^2 = 2^\lambda\eta$; $\lambda \geqslant 3$, η 为奇数因子。因为 M_i 与 M_1 互质, $a_{2i}^2 - a_2^2$ 也与 M_i 互质,式(9)每个方程真整除以 $(a_{2i}^2 - a_2^2)$ 得到

$$d_{i1}M_i - d_{10} + e_{i1} = 0, \quad i = 2, 3, \cdots, n, \tag{10}$$

再以式(10) $i > 2$ 的方程分别减去 $i = 2$ 的方程,得到 $n - 2$ 个方程

$$C_{i2}M_i - d_{21}(a_{2i}^2 - a_4^2) + e_{i1} - e_{21} = 0, \quad i = 3, 4, \cdots, n。 \tag{11}$$

式(11)各方程真整除以 $(a_{2i}^2 - a_4^2)$ 后得到

$$d_{i2}M_i - d_{21} + e_{i2} = 0, \quad i = 3, 4, \cdots, n, \tag{12}$$

依此方法,每次方程的一般形式为

$$\begin{cases} C_{ij}M_i - d_{j\,j-1}(a_{2i}^2 - a_{2j}^2) + e_{i\,j-1} - e_{j,\,i-1} = 0, \\ d_{ij}M_i - d_{j\,j-1} + e_{ij} = 0, \quad n \geqslant i > j, \end{cases} \tag{13}$$

直到最后得到方程

$$d_{n,\,n-1}M_n - d_{n-1\,n-2} + e_{n,\,n-1} = 0, \tag{14}$$

然后,在 n 组真整除后的方程中,每组方程选 i 最小的方程构成下列方程组

$$\begin{cases} d_{10}M_1 + e_{10} = N, \\ d_{i-1,\,k-2} = d_{i\,i-1}M_i + e_{i\,i-1}, \end{cases} \quad i = 2, 3, \cdots, n。 \tag{15}$$

将上述方程依次代入,最后得到求解 N 的方程

© 1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$d\prod_{i=1}^{n}M_i + E = N, \tag{16}$$

其中

$$E = \sum_{i=2}^{n=1}\left(\prod_{j=1}^{i}M_j\right)e_{i,i-1} + e_{10}。 \tag{17}$$

其解为

$$N = \begin{cases} E, \text{当 } E \geqslant 0\text{时}, \\ E + \prod_{i=1}^{n}M_i, \text{当 } E < 0\text{时}。 \end{cases}$$

2.2 第 **2**种方法

这种方法推导求N公式的过程与第 1种方法计算求N公式的过程相同。区别在于这里采用真整除公式 (5)。现将求 N 公式推导过程叙述如下。

首先对式 (7) 真整除以D_{i1}, $D_{i1} = 2a_{2i0}^2$。设由M_i和D_{i1}求得真整除参数Q, 令$Q = Q_{i1}$。则式 (8) 中的 e_{i0}计算式为

$$e_{i0} = Q_{i1}(m_{2i-1}e_{2i} + m_{2i}e_{2i-1}), \tag{19}$$

式中 e_{i0}是求N公式中的一项, 应按N的表述形式加以整理。整理之后如下式形式:

$$\begin{cases} e_{i0} = S_2m_1 + S_1, \\ S_2 = Q_{11}(e_1 + e_2),\ S_1 = 2a_2Q_{11}e_{10}。 \end{cases} \tag{20}$$

然后, 式 (9) 真整除以D_{i2}, $D_{i2} = a_{2i}^2 - a_{20}^2$。设其真整除参数 Q为 Q_{i2}, 则式 (10) 的 e_{i1}为

$$e_{i1} = Q_{i2}[Q_{i1}(m_{2i-1}e_{2i} + m_{2i}e_{2i-1}) - Q_{11}(m_1e_2 + m_2e_1),\quad i = 2, 3, \cdots, n, \tag{21}$$

其中

$$e_{21} = S_4m_3 + S_3;\quad S_4 = Q_{22}[Q_{21}(e_4 + e_3) - Q_{11}(e_1 + e_2)];$$
$$S_3 = Q_{22}\{Q_{21}2a_4e_3 - Q_{11}[(a_4 - a_2)e_2 + (a_4 + a_2)e_1]\}。 \tag{22}$$

按上述方法依次推导, 直到求出 $e_{n-1,n-2}$。下面只给出相继 2次真整除结果:

$$e_{i2} = Q_{i3}[Q_{i2}Q_{i1}(m_{2i-1}e_{2i} + m_{2i}e_{2i-1}) - Q_{22}Q_{11}(m_3e_4 + m_4e_3) - (Q_{i2} - Q_{22})Q_{11}(m_1e_2 + m_2e_1)],$$
$$i = 3, 4, \cdots, n; \tag{23}$$
$$e_{32} = S_6m_5 + S_5;$$
$$S_6 = Q_{33}[Q_{32}Q_{31}(e_6 + e_5) - Q_{22}Q_{21}(e_4 + e_3) - (Q_{32} - Q_{22})Q_{11}(e_2 + e_1)];$$
$$S_5 = Q_{33}\{Q_{32}Q_{31}2a_6e_5 - Q_{22}Q_{21}[(a_6 - a_4)e_4 + (a_6 + a_4)e_3] -$$
$$(Q_{32} - Q_{22})Q_{11}[(a_6 - a_2)e_2 + (a_6 + a_2)e_1]\}; \tag{24}$$
$$e_{i3} = Q_{i4}\{Q_{i3}Q_{i2}Q_{i1}(m_{2i-1}e_{2i} + m_{2i}e_{2i-1}) - Q_{33}Q_{32}Q_{31}(m_5e_6 + m_6e_5) -$$
$$(Q_{i3} - Q_{33})[Q_{22}Q_{21}(m_3e_4 + m_4e_3) - (Q_{32} - Q_{22})(m_1e_2 + m_2e_1)Q_{11}]\},$$
$$i = 4, 5, \cdots, n; \tag{25}$$
$$e_{43} = S_8m_7 + S_7;$$
$$S_8 = Q_{44}\{Q_{43}Q_{42}Q_{41}(e_8 + e_7) - Q_{33}Q_{32}Q_{31}(e_6 + e_5) - (Q_{43} - Q_{33})[Q_{22}Q_{21}(e_4 + e_3) -$$
$$(Q_{32} - Q_{22})Q_{11}(e_1 + e_2)]\};$$
$$S_7 = Q_{44}\{Q_{43}Q_{42}Q_{41}2a_8e_7 - Q_{33}Q_{32}Q_{31}[(a_8 - a_6)e_6 + (a_8 + a_6)e_5] - (Q_{43} - Q_{33})Q_{22}Q_{21}[(a_8 - a_4)e_4 +$$
$$(a_8 + a_4)e_3] + (Q_{43} - Q_{33})(Q_{32} - Q_{22})Q_{11}[(a_8 - a_2)e_2 + (a_8 + a_2)e_1]\}。 \tag{26}$$

最后, 将 $e_{i,i-1}$ ($i = 1, 2, \cdots, n$) 代入式 (17), 得到

$$E = \sum_{i=1}^{2n-1}\left[\left(\prod_{j=1}^{i}m_j\right)S_{i+1}\right] + S_1。 \tag{27}$$

显然, 各项 S_i中 e_k ($i \geqslant k \geqslant 1$) 的常系数绝对值很大, 必须事先进行整理计算, 使之小于m_i, 从而去掉由常系数自身造成的属于 $\prod_{i=1}^{2n}m_i$ 的部分。计算从 S_1到 S_{2n}依次进行。每次将 S_i中各项 e_k的常系数分别除以m_i, 求出整商和余数 Q_ik为 e_k的新系数, 从而得到简化的 S_i 计算式

$$S_i = \sum_{j=1}^{i}\pm\theta_{ij}e_j,\quad i = 1, 2, \cdots, 2n, \tag{28}$$

式中 $\pm$号表示原来该项的运算符号, 虽然 S_i经过上述处理, 由它计算的 E值也要超出式 (18)限定的范围。

(下转第 138页)

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[25] WANG Y, HERRON N. Nanometer-sized semiconductor clusters: Materials synthesis, quantum size effects, and photophysical properties[J]. J Phys Chem, 1991, 95(2): 525-532.
[26] HOTCHANDANI S, KAMAT P V. Photoelectrochemistry of semiconductor ZnO partriculate films[J]. Electrochem Soc, 1992, 139(6): 1 630-1 640.
[27] HOTCHANDANI S, KAMAT P V. Modification of electrode surface with semiconductor colloids and its sensitization with chlorophylla[J]. J Chem Phys Lett, 1992, 191: 320-326.
[28] RENSMO K, KEIS K, LINDSTROM H, et al. High light-to-engergy conversion efficiencies for solar cells based on nanostructured ZnO electrodes[J]. J Phys Chem B, 1997, 101(14): 2 598-2 601.
[29] NASR C, HOTCHANDANI S, KAMAT P V, et al. Photoelectrochemistry of composite semiconductor thin film s photosensitization of SnO_2 / CdS coupled nanocrystallites with a ruthenium polypyridyl complex[J]. J Phys Chem B, 1997, 101(14): 7 480-7 484.
[30] 李卫华, 郝彦忠, 乔学斌, 等. 硫化物/Ru(Ⅱ)络合物复合敏化 TiO_2 纳米多孔膜[J]. 物理化学学报, 1998, 14(9): 841-845.
[31] REGAN B O, GRATZEL M. A low-cost, high-efficiency solar cell based on dye-sensitized colloidal TiO_2[J]. Nature, 1991, 353: 737-739.
[32] NAZEERUDDIN M K, KAY A, GRAETZEL M. Conversion of light to electricity by *cis*-X_2 *bis* (2, 2′-bipyridyl-4, 4′-dicarboxylate) ruthnium (Ⅱ) charge transfer sensitizers (X = Cl^-, Br^-, I^-, CN^-, and SCN^-) on nanocrystalline TiO_2 electrodes[J]. Am Chem Soc, 1993, 115(14): 6 382-6 390.
[33] 李卫华, 郝彦忠, 王艳芹, 等. 硫化镉/Ru(Ⅱ)配合物复合敏化 ZnO 纳米晶多孔膜电极的光电化学[J]. 北京大学学报(自然科学版), 1999, 35(4): 446-452.
[34] 李卫华, 郝彦忠, 王艳芹, 等. PbS/Ru(Ⅱ)配合物敏化 Cd(Ⅱ)掺杂 TiO_2 纳米晶电极的光电化学[J]. 应用化学, 1999, 16(1): 6-10.
[35] 张 莉, 王艳芹, 杨迈之, 等. $Ru(bpy)_2(NCS)_2$ 染料敏化 CdS/Zn^{2+}-TiO_2 复合半导体纳米多孔膜的光电化学[J]. 高等学校化学学报. 2000, 21(7): 1 075-1 079.
[36] GREENHAM N C, PENG X, ALIVISATOS A P. Charge separation and transport in conjugates-polymer /semiconductor-nanocrystal composites studied by photoluminescence quenching and photoconductivity[J]. Phys Rev B, 1996, 54(24): 17 628-17 632.
[37] LIU J, TANNKA T, SIVULA K, et al. Employing end-functional polythiphene to control the morphology of nanocrystal-polymer composities in hybrid solar cells[J]. Am Chem Soc, 2004, 126(21): 6 551-6 554.
[38] ARICI A, SARICIFTCI N S, MEISSNER D. Hybrid solar cells based on inorganic nanoclusters and conjugated polymers[J]. J Adv Phys Lett, 2003, 13(2): 165-171.
[39] GINGER D S, GREENHAM N C. Charge separation in conjugated-polymer/nanocrystal blends[J]. Synthetic Metals, 1999, 101(1-3): 425-428.
[40] GINGER D S, GREENHAM N C. Photoinduced electron transfer from conjugated polymers to CdSe nanocrystals[J]. Phys Rev B, 1999, 59(16): 10 622-10 629.
[41] HUYNH W U, DITTMER J J, ALIVISATOS A P. Hybrid nanorod-polymer solar cells[J]. Science, 2002, 295(5564): 2 425-2 427.
[42] 武文俊, 郝彦忠. 聚 3-甲基噻吩的光电化学研究[J]. 感光科学与光化学, 2004, 22(5): 372-376.
[43] 郝彦忠, 蔡春立. 聚 3-甲基噻吩的光电性能研究[J]. 功能材料, 2006, 3(1): 22-24.

(上接第 **128**页)

第 1种方法和第 2种方法的差异在于, 前者需进行多次真整除运算, 而后者只需计算式 (28) 的 S_i 后面的计算, 无论式 (17) 还是式 (27), 与处理 S_i 中常系数方法相同, 从 $S_1(e_{10})$ 到 $S_{2n}(e_{n,n-1})$ 依次进行计算, 每次 $S_i(e_{j,j-1})$ 整除以 $m_i(M_j)$, 得到整商和余数 $\eta_i(\lambda_j)$, 整商与 $S_{i+1}(e_{i+1,j})$ 相加, 再进行同样计算。如果 ξ 被 $m_2(j-1)+1$分为整商和余数, 得到与 η_i 相同的结果, 则 N 的数值为

$$N = \sum_{i=1}^{2n-1}\left(\prod_{j=1}^{i} m_j\right)\eta_{i+1} + \eta_1 。 \qquad (29)$$

余数代码和整数变换计算的简化还需进一步探讨, 这将涉及 e_i 性质的研究。而余数代码代替整数进行运算, 由于它具有无权循环码等性质, 还有许多难题 (如除法的实现, 加法溢出和减法符号判别等) 尚无人问津。

参考文献:

[1] 王彦池. 自动实现代码转换的一种新方法[J]. 机械工业自动化, 1987, (3): 51.
[2] 王彦池, 王爱武. 整数和对称模余数代码的相互转换[J]. 河北科技大学学报, 2002, 23(3): 9-12.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net