文章编号: 1008-1542(2006)02-0114-05

高阶微分方程边值问题多个正解存在性

王　斌[1], 刘秀君[2], 陈洪霞[2], 仇计清[2]

(1. 河北化工医药职业技术学院基础部, 河北石家庄　050031; 2. 河北科技大学理学院, 河北石家庄　050018)

摘　要: 利用 5 个泛函的不动点定理, 证明了 $2n$ 阶微分方程边值问题 $y^{(2n)}=f(t, y, y'', \cdots, y^{(2(n-2)}, y^{(2(n-1)}), 0\leqslant t\leqslant 1, y^{(2i+1)}(0)=y^{(2i)}(1)=0, 0\leqslant i\leqslant n-1$ 的 3 个单调正解的存在性。

关键词: Green函数; 5 个泛函不动点定理; 锥; 正解

中图分类号: O175　　文献标识码: A

Existence of multiple positive solutions for high-order boundary value problems

WANG Bin[1], LIU Xiu-jun[2], CHEN Hong-xia[2], QIU Ji-qing[2]

(1. Department of Basic Courses, Hebei Professional and Technological College of Chemical and Pharmaceutical Engineering, Shijiazhuang Hebei 050031, China; 2. College of Sciences, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract By the five functionals fixed point theorem, we prove that there are at least three monotone positive solutions for 2n-order boundary value problem $y^{(2n)}=f(t, y, y'', \cdots, y^{(2(n-2)}, y^{(2(n-1)}), 0\leqslant t\leqslant 1, y^{(2i+1)}(0)=y^{(2i)}(1)=0, 0\leqslant i\leqslant n-1$。

Key words Green's function; five functionals fixed point theorem; cone; positive solution

1　问题提出

对 $2n$ 阶微分方程边值问题

$$\begin{cases} y^{(2n)}=f(y, y'', \cdots, y^{(2(n-1)}), & 0\leqslant t\leqslant 1, \\ y^{(2i)}(0)=y^{(2i)}(1)=0, & 0\leqslant i\leqslant n-1, \end{cases} \quad (1$$

文献[1]与文献[2]中利用 Leggett-Williams不动点定理, 在 f 依赖高阶导数的情形下, 研究了问题(1 的 3个对称正解的存在性。文献[3]中在 $(-1)^n f: R^n\to[0, \infty)$ 是连续的条件下, 利用 5个泛函的不动点定理, 讨论了问题(1 的 3个对称正解的存在性。文献[4]利用 5个泛函的不动点定理, 讨论了

$$\begin{cases} y^{(2n)}=f(t, y'', \cdots, y^{(2(n-1)}), & 0\leqslant t\leqslant 1, \\ y^{(2i)}(0)=y^{(2i+1)}(1)=0, & 0\leqslant i\leqslant n-1 \end{cases} \quad (2$$

的 3个单调正解的存在性。

本文考虑 $2n$ 阶边值问题

$$\begin{cases} y^{(2n)}=f(t, y'', \cdots, y^{(2(n-1)}), & 0\leqslant t\leqslant 1, \\ y^{(2i+1)}(0)=y^{(2i)}(1)=0, & 0\leqslant i\leqslant n-1, \end{cases} \quad (3$$

收稿日期: 2005-10-18; 修回日期: 2005-12-28; 责任编辑: 张　军
基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(603384
作者简介: 王　斌(1964-, 男, 河北石家庄人, 副教授, 主要从事应用数学方面的研究。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

其中 $(-1)^n f:[0,1]\times R^n\to[0,\infty)$ 是连续的, 利用 5个泛函的不动点定理, 研究问题 (3) 的 3个单调正解的存在性。

2 预备知识

定义 **1** 设 K 是一个锥, 称 α 是 K 上的非负连续凹泛函, 如果 $\alpha: K\to[0,\infty)$ 是连续的, 且对所有 $x, y\in K$ 和 $0\leqslant t\leqslant 1$, 有 $\alpha(tx+(1-t)y)\geqslant t\alpha(x)+(1-t)\alpha(y)$; 称 β 是 K 上的非负连续凸泛函, 如果 $\beta: K\to[0,\infty)$ 是连续的, 且对所有 $x, y\in K$ 和 $0\leqslant t\leqslant 1$, 有 $\beta(tx+(1-t)y)\leqslant t\beta(x)+(1-t)\beta(y)$。

设 γ, β, θ 是 K 上的非负连续凸泛函, α, ψ 是 K 上的非负连续凹泛函, 对非负常数 h, a, b, d 和 c 定义如下凸集:

$$P(\gamma, c)=\{x\in K\mid \gamma(x)<c\},$$

$$P(\gamma, \alpha, a, c)=\{x\in K\mid a\leqslant\alpha(x), \gamma(x)\leqslant c\},$$

$$Q(\gamma, \beta, d, c)=\{x\in K\mid \beta(x)\leqslant d, \gamma(x)\leqslant c\},$$

$$P(\gamma, \theta, \alpha, a, b, c)=\{x\in K\mid a\leqslant\alpha(x), \theta(x)\leqslant b, \gamma(x)\leqslant c\},$$

$$Q(\gamma, \beta, \psi, h, d, c)=\{x\in K\mid h\leqslant\psi(x), \beta(x)\leqslant d, \gamma(x)\leqslant c\}。$$

定理 **1**[5]　设 K 是实 Banach空间 E 上的一个锥, α 和 ψ 是 K 上的非负连续凹泛函, γ, β, θ 是 K 上的非负连续凸泛函, 且存在正数 c 和 m 使得对所有 $x\in\overline{P(\gamma, c)}$,

$$\alpha(x)\leqslant\beta(x), \text{且}\|x\|\leqslant m\gamma(x)。$$

又设 $A: \overline{P(\gamma, c)}\to\overline{P(\gamma, c)}$ 是全连续的, 且存在常数 $h, d, a, b\geqslant 0$, $0<d<a$ 使下列条件成立:

(C1) $\{x\in P(\gamma, \theta, \alpha, a, b, c)\mid\alpha(x)>a\}\neq\varnothing$, 且对 $x\in P(\gamma, \theta, \alpha, a, b, c)$ 有 $\alpha(Ax)>a$;

(C2) $\{x\in Q(\gamma, \beta, \psi, h, d, c)\mid\beta(x)<d\}\neq\varnothing$, 且对 $x\in Q(\gamma, \beta, \psi, h, d, c)$ 有 $\beta(Ax)<d$;

(C3) 对 $x\in P(\gamma, \alpha, a, c)$, $\theta(Ax)>b$ 有 $\alpha(Ax)>a$;

(C4) 对 $x\in Q(\gamma, \beta, d, c)$, $\psi(Ax)<h$ 有 $\beta(Ax)<d$。

则 A 至少有 3个不动点 $x_1, x_2, x_3\in\overline{P(\gamma, c)}$ 使得:

$$\beta(x_1)<d, a<\alpha(x_2), \text{且} d<\beta(x_3), \alpha(x_3)<a。$$

3 主要结论

边值问题

$$\begin{cases} v''=0, & 0\leqslant t\leqslant 1,\\ v'(0)=v(1)=0 \end{cases}$$

的 Green函数 $G(t, s)$ 为

$$G(t, s)=\begin{cases} t-1, & 0\leqslant s\leqslant t\leqslant 1,\\ s-1, & 0\leqslant t\leqslant s\leqslant 1。\end{cases}$$

令 $G_1(t, s)=G(t, s)$, 对 $2\leqslant j\leqslant n$, 定义

$$G_j(t, s)=\int_0^1 G(t, r)G_{j-1}(r, s)\,dr,$$

易知 $G_j(t, s)$ 是边值问题

$$\begin{cases} y^{(2j)}(t)=0, & 0\leqslant t\leqslant 1,\\ y^{(2i+1)}(0)=y^{(2i)}(1)=0, & 0\leqslant i\leqslant j-1 \end{cases}$$

的 Green函数 ($1\leqslant j\leqslant n$)。

对每个 $1\leqslant j\leqslant n-1$, 定义 $A_j: C[0,1]\to C[0,1]$ 为

$$A_j v(s)=\int_0^1 G_j(s, \tau)v(\tau)\,d\tau,$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

则对每个 $1 \leqslant j \leqslant n-1$,

$$(A_j v)^{(2j)}(t) = v(t),\ 0 \leqslant t \leqslant 1,$$
$$(A_j v)^{(2i+1)}(0) = (A_j v)^{(2i)}(1) = 0,\ 0 \leqslant i \leqslant j-1。$$

考虑问题

$$\begin{cases} v''(t) = f(t, A_{n-1}v(t), A_{n-2}v(t), \cdots, A_1 v(t), v(t)), & 0 \leqslant t \leqslant 1, \\ v'(0) = v(1) = 0, & 0 \leqslant i \leqslant j-1, \end{cases} \tag{4}$$

由 A_j 的定义, 易知: $y = A_{n-1}v(t)$ 是式(3)的解的充分必要条件为 $v(t) = y^{(2(n-1)}(t)$ 是式(4)的解。

笔者要用到 $G(t, s)$ 下列性质

$$\int_0^1 |G(t, s)|\,ds = \frac{1-t^2}{2},\ 0 \leqslant t \leqslant 1, \tag{5}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} |G(t_2, s)|\,ds = (1-t_2)(t_2-t_1), \tag{6}$$

$$\max_{s\in[0,1]} \frac{G(0, s)}{G(t, s)} = \frac{1}{1-t}, \tag{7}$$

$$\min_{s\in[0,1]} \frac{G(t_2, s)}{G(t_1, s)} = \frac{1-t_2}{1-t_1},\ 0 < t_1 < t_2 < 1。 \tag{8}$$

设 X 为实 Banach空间 $C[0, 1]$, 其中范数 $\|v\| = \max_{t\in[0,1]} |v(t)|$, $v(t) \in X$。定义锥 $K \subseteq X$ 为 $K = \{v \in X \mid (-1)^{n-1}v(t) \geqslant 0,\ (-1)^{n-1}v(t)$ 在 $[0, 1]$ 上是单调不增的凹函数$\}$。

在 K 上定义非负连续的凹泛函 α, ψ 和非负连续的凸泛函 β, θ, γ 为

$$\gamma(v) = \max_{t\in[t_3,1]} |v(t)| = |v(t_3)|; \qquad \alpha(v) = \min_{t\in[t_1,t_2]} |v(t)| = |v(t_2)|;$$

$$\theta(v) = \max_{t\in[t_1,t_2]} |v(t)| = |v(t_1)|; \qquad \psi(v) = \min_{t\in[0,\frac{1}{r}]} |v(t)| = |v(\frac{1}{r})|;$$

$$\beta(v) = \max_{t\in[0,\frac{1}{r}]} |v(t)| = |v(0)|。$$

式中: $0 < t_3 < 1$, $0 < t_1 < t_2 < 1$, $0 < \frac{1}{r} < 1$。

易知对任意 $v \in K$ 有

$$\alpha(v) \leqslant \beta(v),\ \|v\| \leqslant \frac{1}{1-t_3}\gamma(v),$$

为方便起见, 记 $D = [t_1, t_2]$。

定理 2 对满足上述条件的 t_1, t_2, t_3 和 γ, 设 $(-1)^n f: [0, 1] \times R^n \to [0, \infty)$ 连续, 且存在

$0 < h = \frac{r-1}{r}d < d < a < b = \frac{1-t_1}{1-t_2}a \leqslant c$, 使 f 满足如下条件:

(H1) 对所有 $t \in [0, 1]$,

$$(|u_{n-1}|, |u_{n-2}|, \cdots, |u_1|, |u_0|) \in \prod_{j=1}^{n-1}[0, \frac{c}{1-t_3}\int_0^1 G_j(t, s)\,ds] \subset \prod_{j=1}^{n-1}[0, \frac{c}{1-t_3}\cdot\frac{1}{2^j}],$$

有

$$|f(t, u_{n-1}, u_{n-2}, \cdots, u_1, u_0)| \leqslant \frac{2c}{1-t_3^2}。$$

(H2) 对所有 $t \in [t_1, t_2]$,

$$(|u_{n-1}|, |u_{n-2}|, \cdots, |u_1|, |u_0|) \in \prod_{j=1}^{n-1}[a\int_{t_1}^{t_2} |G_j(t, s)|\,ds, b\int_0^1 |G_j(t, s)|\,ds + \frac{c}{1-t_3}\int_{[0,1]\setminus D} |G_j(t, s)|\,ds] \times$$

$$[a, b] \subset \prod_{j=1}^{n-1}[a t_2^j(1-t_2)^j, (b + \frac{c}{1-t_3}\frac{1}{2^j}] \times [a, b],$$

有

$$|f(t, u_{n-1}, u_{n-2}, \cdots, u_1, u_0)| > \frac{a}{(1-t_2)(t_2-t_1)}。$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(H3) 对 $t\in[0,\frac{1}{r}]$,

$$(|u_{n-1}|,|u_{n-2}|,\cdots,|u_1|,|u_0|)\in\prod_{j=1}^{n-1}[h\int_0^{\frac{1}{r}}|G_j(t,s)|\mathrm{d}s,d\int_0^{\frac{1}{r}}|G_j(t,s)|\mathrm{d}s+\frac{c}{1-r_3}\int_{\frac{1}{r}}^1|G_j(t,s)|\mathrm{d}s]\times$$

$$[h,d]\subset\prod_{j=1}^{n-1}[h(1-\frac{1}{r})^j(\frac{1}{r})^j,(d+\frac{c}{1-r_3})\frac{1}{2^j}]\times[h,d],$$

有

$$|f(t,u_{n-1},u_{n-2},\cdots,u_1,u_0)|<\frac{2}{2r-1}(r^2d-\frac{c(r-1)^2}{1-t_3^2}),$$

则问题(3)至少有3个正解 y_1,y_2,y_3,满足:

$$\max_{t\in[t_3,1]}|y_i^{(2(n-1)}(t)|\leqslant c,\ i=1,2,3,$$

$$\max_{t\in[0,\frac{1}{r}]}|y_1^{(2(n-1)}(t)|<d,$$

$$a<\min_{t\in[t_1,t_2]}|y_2^{(2(n-1)}(t)|\text{且}\ d<\max_{t\in[0,\frac{1}{r}]}|y_3^{(2(n-1)}(t)|,$$

$$\min_{t\in[t_1,t_2]}|y_3^{(2(n-1)}(t)|<a。$$

对 $v\in K$ 定义算子 T

$$Tv(t)=\int_0^1G(t,s)f(s,A_{n-1}v(s),A_{n-2}v(s),\cdots,A_1v(s),v(s))\mathrm{d}s$$

则算子 T 在 K 上不动点 v 等价于问题(4)有解 v。

引理 **1**　T 是 $\overline{P(\gamma,c)}\to\overline{P(\gamma,c)}$ 的全连续算子。

证 明　对任意 $v\in K$, $t\in[0,1]$ 有

$$(-1)^{(n-1)}Tv(t)\geqslant 0,\ (-1)^{(n-1)}(Tv(t))'=(-1)^{(n-1)}\int_0^t f(s,A_{n-1}v(s),\cdots,v(s))\mathrm{d}s\leqslant 0,$$

$$(-1)^{(n-1)}(Tv(t))''=(-1)^{(n-1)}f(t,A_{n-1}v(t),A_{n-2}v(t),\cdots,A_1v(t),v(t))\leqslant 0,$$

所以 $Tv(t)\in K$, 即 T 为 K 上的自映射。

对 $v(t)\in P(\gamma,c)$, $\|v\|\leqslant\frac{1}{1-t_3}\gamma(v)\leqslant\frac{c}{1-t_3}$, 如果 $t\in[0,1]$, 则

$$|v(t)|\in[0,\frac{c}{1-t_3}],\ |A_jv(t)|\in[0,\frac{c}{1-t_3}\int_0^1G_j(t,s)\mathrm{d}s]\subset[0,\frac{c}{1-t_3}\cdot\frac{1}{2^j}],\ 1\leqslant j\leqslant n-1。$$

由(H1)和式(5)有 $\gamma(Tv)=\max_{t\in[t_3,1]}|Tv(t)|=Tv(t_3)=\int_0^1|G(t_3,s)f(s,A_{n-1}v(s),A_{n-2}v(s),\cdots,A_1v(s),v(s))|\mathrm{d}s\leqslant\frac{2c}{1-t_3^2}\cdot\frac{1-t_3^2}{2}=c$。所以 T 是 $\overline{P(\gamma,c)}$ 上的自映射。由 f 的连续性, 易知 T 是连续的, 且对 K 上的任一有界集 Ω, $A\Omega$ 是全有界的和等度连续的, 由 Arzela-Ascoli定理知 $T:\overline{P(\gamma,c)}\to\overline{P(\gamma,c)}$ 是全连续算子。

下面是定理 2的证明。

易知: $\{v\in P(\gamma,\theta,\alpha,a,b,c)\mid\alpha(v)>a\}\neq\varnothing$, $\{v\in Q(\gamma,\beta,\psi,h,d,c)\mid\beta(v)<d\}\neq\varnothing$ 是成立的。下面证明(C1)的后半部分。

对 $v\in P(\gamma,\theta,\alpha,a,b,c)$, 当 $t\in[t_1,t_2]$, $v(t)\in[a,b]$ 时,

$$|A_jv(t)|=\left|\int_0^1G_j(t,s)v(s)\mathrm{d}s\right|\geqslant\left|\int_0^bG_j(t,s)v(s)\mathrm{d}s\right|\geqslant a\int_0^1|G_j(t,s)|\mathrm{d}s\geqslant at_2^j(1-t_2)^j,$$

$$|A_jv(t)|=\left|\int_0^1G_j(t,s)v(s)\mathrm{d}s\right|=\left|\int_0^bG_j(t,s)v(s)\mathrm{d}s\right|+\left|\int_{1/\gamma(v)}^1G_j(t,s)v(s)\mathrm{d}s\right|\leqslant$$

$$b\int_0^1|G_j(t,s)|\mathrm{d}s+\frac{c}{1-t_3}\int_{1/\gamma(v)}^1|G_j(t,s)|\mathrm{d}s\leqslant(b+\frac{c}{1-t_3})\cdot\frac{1}{2^j},$$

由(H2)和式(6)有

$$\alpha(Tv)=\min_{t\in[t_1,t_2]}\int_0^1G(t,s)f(s,A_{n-1}v(s),A_{n-2}v(s),\cdots,A_1v(s),v(s))\mathrm{d}s=$$

$$\left|\int_0^1G(t_2,s)f(s,A_{n-1}v(s),A_{n-2}v(s),\cdots,A_1v(s),v(s))\mathrm{d}s\right|\geqslant$$

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\left| \int_{t_1}^{t_2} G(t_2, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| >$$

$$\frac{a}{(1-t_2)(t_2-t_1)} \int_{t_1}^{t_2} |G(t_2, s)| \, ds =$$

$$(1-t_2)(t_2-t_1) \frac{a}{(1-t_2)(t_2-t_1)} = a。$$

再证(C2)的后半部分。

对 $v \in Q(\gamma, \beta, \phi, h, d, c)$，当 $t \in [0, \frac{1}{r}]$，$|v(t)| \in [h, d]$ 时，

$$|A_jv(t)| = \left| \int_0^1 G_j(t, s) v(s) \, ds \right| \geqslant \left| \int_0^{\frac{1}{r}} G_j(t, s) v(s) \, ds \right| \geqslant h \int_0^{\frac{1}{r}} |G_j(t, s)| \, ds \geqslant h\left(1-\frac{1}{r}\right)^j \frac{1}{r^j}, \quad 1 \leqslant j \leqslant n-1,$$

$$|A_jv(t)| = \left| \int_0^1 G_j(t, s) v(s) \, ds \right| \leqslant \left| \int_0^{\frac{1}{r}} G_j(t, s) v(s) \, ds \right| \leqslant$$

$$d \int_0^{\frac{1}{r}} |G_j(t, s)| \, ds + \frac{c}{1-r_3} \int_0^{\frac{1}{r}} |G_j(t, s)| \, ds \leqslant \left(d + \frac{c}{1-r_3}\right) \frac{1}{2^j}, \quad 1 \leqslant j \leqslant n-1,$$

由(H3)和(H1)得

$$\beta(Tv) = \max_{t \in [0, \frac{1}{r}]} \left| \int_0^1 G(t, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| =$$

$$\left| \int_0^1 G(0, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| =$$

$$\left| \int_0^{\frac{1}{r}} G(0, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| +$$

$$\left| \int_{\frac{1}{r}}^1 G(0, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| <$$

$$\frac{2r-1}{2r^2} \cdot \frac{2}{2r-1}\left(r^2 d - \frac{c(r-1)^2}{1-t_3^2}\right) + \frac{(r-1)^2}{2r^2} \cdot \frac{2c}{1-t_3^2} = d。$$

现在来证(C3)。

对 $v \in P(\gamma, \alpha, a, c)$ 且 $\theta(Tv) > b$，

$$\alpha(Tv) = \left| \int_0^1 G(t, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| =$$

$$\left| \int_0^1 \frac{G(t_2, s)}{G(t_1, s)} G(t_1, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| \geqslant$$

$$\frac{1-t_2}{1-t_1} \left| \int_0^1 G(t_1, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| > \frac{1-t_2}{1-t_1} \cdot b = a。$$

最后证(C4)。

对 $v \in Q(\gamma, \beta, d, c)$ 且 $\phi(Tv) < h$，

$$\beta(Tv) = \max_{t \in [0, \frac{1}{r}]} \left| \int_0^1 G(t, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| =$$

$$\left| \int_0^1 G(0, s) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| =$$

$$\left| \int_0^1 \frac{G(0, s)}{G\left(\frac{1}{r}, s\right)} G\left(\frac{1}{r}, s\right) f(s, A_{n-1}v(s), A_{n-2}v(s), \cdots, A_1v(s), v(s)) \, ds \right| \leqslant \frac{r}{r-1} \phi(Tv) < \frac{r}{r-1} h = d。$$

由定理1知，算子 T 在 $\overline{P(\gamma, c)}$ 上至少有3个不动点 v_1, v_2, v_3，满足 $\beta(v_1) < d, a < \alpha(v_2)$ 且 $\beta(v_3) > d, \alpha(v_3) < a$，令 $y_i(t) = A_{n-1}V_i(t) = \int_0^1 G_{(n-1)}(t, s) V_i(s) \, ds, i = 1, 2, 3$，则 y_1, y_2, y_3 是式(3)的3个正解，且满足所需要求。

定理证毕。

(下转第132页)

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

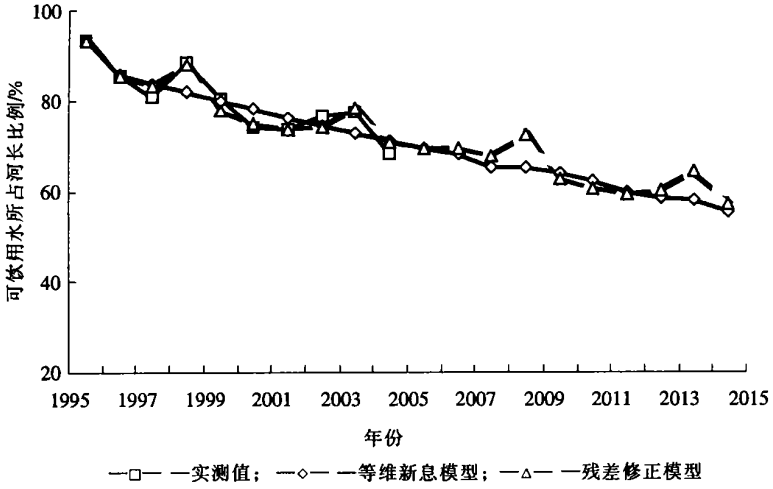

图 2 模型预测值比较

Fig. 2 Comparison of the predicting of the models

4 结 论

1)从理论上讲,由于引进了新灰数,所以新息模型要优于原息模型,更适用于动态预测。等维新息模型还具有所需数据量较少、计算方便等优点,从预测结果看,其精度较高。

2) GM(1, 1)等维新息模型虽然预测现有数据精度很好,但不能很好反映原始数据的周期震荡性,必须结合残差序列的周期分析来修正模型,从而将模型的预报精确度大大提高。

3)通过分析可知,两模型的不同表现原因在于等维新息模型只注重了数据降低的长期趋势,而残差修正模型还模拟了数据的周期震荡性,从而在数据的突变点预报方面更胜一筹。但这种对周期震荡性的模拟只是出于对原始数据的分析,并没有考虑到影响长江水质的经济、天气、地质等因素,可能不尽完善。

参考文献:

[1] 邓聚龙.灰色系统基本方法[M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1987.
[2] 罗 党,刘思峰,党耀国.灰色模型 GM (1, 1)优化[J].中国工程科学, 2003, 5(8): 50-53.
[3] 王钟羡,吴春笃. GM (1, 1)改进模型及其应用[J].数学实践与认识, 2003, 33(9): 20-25.
[4] 郝永红,黄登宇,张文忠,等. GM (1, 1)的周期修正模型及其在泉水流量预测中的应用[J].数学实践与认识, 2003, 33(9): 35-37.
[5] 叶明全,胡学钢. GM(1, 1)残差修正的季节性神经网络预测模型及其应用[J].计算机工程与应用, 2005, (4): 194-196.
[6] 陈观浩.灰色系统理论在水稻纹枯病发生面积预报中的应用[J]. 广东农业科学, 2000, (1): 37-38.
[7] 张立亭,祝国瑞,周世健,等. 时间序列的灰色建模试验[J].武汉大学学报(工学版), 2005, (2): 117-120.

(上接第 118页)

参考文献:

[1] DARIS J M, ELOE P W, HENDERSON J. Triple positive solutions and dependence on higher order derivatives[J]. J Math Appl, 1999, 237: 710-720.
[2] DARIS J M, HENDERSON J. Triple positive symmetric solctions for a Lidstone boundary value problem[J]. Differential Equations Dynam Systems, 1999, 7: 321-330.
[3] DARIS J M, HENDERSON J, WONG P J Y. General Lidstone problems: multiplicity and symmetry of solutions[J]. J Math Anal Appl, 2000, 251: 527-548.
[4] 郭彦平,葛渭高.高阶微分方程边值问题的多个正解存在性[J].系统科学与数学, 2003, 23(4): 529-535.
[5] AERY R I A generalization of the Leggett-Williams fixed point theorem[J]. Math Sci Res Hot-Line, 1999, 3: 9-14.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net