第 27卷第 2期　　河 北 科 技 大 学 学 报　　Vol 27, No 2
2006年 6月　　Journal of Hebei University of Science and Technology　　June 2006

文章编号: 1008-1542(2006)02-0110-04

无界域上正则函数向量的一类边值问题

谢永红[1], 杨贺菊[2], 刘秋菊[1], 刘彩坤[1]

(1. 河北师范大学 数学与信息科学学院, 河北 石家庄　050016; 2. 河北科技大学 理学院, 河北 石家庄　050018)

摘　要: 得到了无界域上正则函数向量的 Plemelj公式, 然后利用积分方程的方法和压缩不动点原理, 讨论了实 Clifford分析中无界域上正则函数向量的带位移带共轭的线性边值问题解的存在唯一性和积分表达。

关键词: 实 Clifford分析; 正则函数向量; Plemelj公式; 边值问题; 积分方程

中图分类号: O177.4　　文献标识码: A

A kind of boundary value problem for regular function vectors with conjugate on unbounded domains

XIE Yong-hong[1], YANG He-ju[2], LIU Qiu-ju[1], LIU Cai-kun[1]

(1. College of Mathematics and Information Science, Hebei Normal University, Shijiazhuang Hebei 050016, China; 2. College of Sciences, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract: The paper obtains the Plemelj formula for regular function vectors on unbounded domains in Clifford analysis. And then, by the compressed fixed point theorem, the paper gives the existence and the integral expression of the solution to the boundary value problem with shift and conjugate value for regular function vectors on unbounded domains in Clifford analysis.

Key words: real Clifford analysis; regular function vector; Plemelj formula; boundary value problem; integral equation

1　预备知识

设 R^{n+1} 的正交基为 $e_0, e_1, \cdots, e_n$, 可以构造一个实的 2^n 维 Clifford代数 $\mathscr{A}$. 其基由所有 $e_A = e_{\alpha_1} e_{\alpha_2} \cdots e_{\alpha_h}$ 和 $e_{\emptyset} = e_0$ 组成。这里 $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_h\} \subseteq \{1, 2, \cdots, n\}$, $1 \leqslant \alpha_1 < \alpha_2 < \cdots < \alpha_h \leqslant n$, $e_{\emptyset} = e_0$ 是 $\mathscr{A}$中的单位元。$\mathscr{A}$中元素为 $u = \sum_A u_A e_A$, $u_A \in R$, $\mathscr{A}$中有一可结合不可交换的乘法满足以下法则: $e_i e_j = -e_j e_i$, $e_i^2 = -1$, $i \neq j$; $i, j = 1, 2, \cdots, n$。

Clifford分析是 20世纪初创立的, 1970年以来得到很大发展。近几年在有限域上的 Clifford分析中关于正则函数以及函数向量的一些理论已被建立[1~7]。而在实际应用中, 许多问题都是在无界域的情况下提出的。因此, 讨论无界域上的 Plemelj公式和边值问题有很重要的意义。本文在以上工作的基础上, 利用积分方程的方法和压缩不动点原理, 讨论了实 Clifford分析中无界域上正则函数向量的带位移带共轭的且满

收稿日期: 2005-05-30; 修回日期: 2006-03-02; 责任编辑: 张　军

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(102129); 河北省博士基金资助项目(B博 2002127); 河北师范大学青年基金资助项目(L2004Q02)

作者简介: 谢永红(1973-), 女, 河北泊头人, 讲师, 硕士, 主要从事复变函数论和实 Clifford分析方面的研究。

足边界条件

$$\boldsymbol{A}(t)\leftarrow\Phi^{+}(d(t))+\boldsymbol{B}(t)\leftarrow\overline{\Phi^{+}(d(t))}+\boldsymbol{C}(t)\leftarrow\Phi^{-}(d(t))+\boldsymbol{D}(t)\leftarrow\overline{\Phi^{-}(d(t))}=\boldsymbol{G}(t)\tag{1}$$

的边值问题, 证明了其解的存在唯一性, 并给出了解的积分表达式。

对于 $u\in\mathscr{A}$ 规定了从 $\mathscr{A}$ 到 $\mathscr{A}$ 上的运算. 对合: $u^{*}=\sum_{A}(-1)^{|A|}u_{A}e_{A}$; 反演: $u^{*}=\sum_{A}(-1)^{\frac{|A|\cdot(|A|-1)}{2}}u_{A}e_{A}$; 共轭: $u=(u^{*})'=(u')^{*}$, 这里 $|A|$ 为指标集 A 中元素的个数, 空集的指标为零。

定义 $\mathscr{A}$ 中元素 u 的模为 $|u|^{2}=\sum_{A}|u_{A}|^{2}$, 易知

$$|u|=|u|,\ |u+v|\leqslant|u|+|v|,\ |uv|\leqslant J_{0}|u||v|,\tag{2}$$

其中 J_{0} 是一个正常数。令 $H(\partial\Omega,\beta)$ 表示有界 Hölder连续函数所构成的函数集, 其 Hölder指数均为 $\beta(0<\beta<1)$, 对任意的 $\varphi\in H(\partial\Omega,\beta)$, 定义 φ 的模如下: $\|\varphi\|_{\beta}=C(\varphi,\partial\Omega)+H(\varphi,\partial\Omega,\beta)$, 其中 $C(\varphi,\partial\Omega)=\sup_{t\in\partial\Omega}|\varphi(t)|$, $H(\varphi,\partial\Omega,\beta)=\sup_{\substack{t_1\neq t_2\\ t_1,t_2\in\partial\Omega}}\frac{|\varphi(t_1)-\varphi(t_2)|}{|t_1-t_2|^{\beta}}$, 显然 $H(\partial\Omega,\beta)$ 构成一个 Banach空间, 且有 $\|\bar{\varphi}\|_{\beta}=\|\varphi\|_{\beta}$。对于 $f,g\in H(\partial\Omega,\beta)$, 易知有

$$\|f+g\|_{\beta}\leqslant\|f\|_{\beta}+\|g\|_{\beta},\ \|fg\|_{\beta}\leqslant J_{0}\|f\|_{\beta}\|g\|_{\beta}。\tag{3}$$

设 $\boldsymbol{F}(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_p(x))$, $\boldsymbol{G}(x)=(g_1(x),g_2(x),\cdots,g_p(x))$ (其中 $f_i(x),g_i(x)\in H(\partial\Omega,\beta)$, $i=1,\cdots,p$) 是函数向量, 定义加法和乘法如下:

$$\boldsymbol{F}+\boldsymbol{G}=(f_1(x)+g_1(x),f_2(x)g_2(x),\cdots,f_p(x)+g_p(x));$$
$$\boldsymbol{F}\leftarrow\boldsymbol{G}=(f_1(x)g_1(x),\cdots,f_p(x)g_p(x))。$$

定义 $\Phi=(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_p)$ 的绝对值为 $|\Phi|=(\sum_{i=1}^{p}|\varphi_i|^{2})^{\frac{1}{2}}$。若 $|\Phi(x)-\Phi(x_0)|=\left\{\sum_{i=1}^{p}|\varphi_i(x)-\varphi_i(x_0)|^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}\leqslant B|x-x_0|^{\beta}$ (B 是一个正常数), 则称函数向量 $\Phi(x)=(\varphi_1(x),\varphi_2(x),\cdots,\varphi_p(x))$ (其中 $x\in\partial\Omega$) 在 $\partial\Omega$ 是依绝对值 Hölder连续的。由文献[5]有

$$|\boldsymbol{F}+\boldsymbol{G}|\leqslant|\boldsymbol{F}|+|\boldsymbol{G}|,\ |\boldsymbol{F}\leftarrow\boldsymbol{G}|\leqslant J_{0}|\boldsymbol{F}||\boldsymbol{G}|。\tag{4}$$

设 $H'(\partial\Omega,\beta)$ 表示依绝对值 Hölder连续函数向量 (Hölder指数是 β, $0<\beta<1$) 的集合 (在本文中连续函数向量指的是这个函数向量的各分量都连续)。对于任意 $\Phi\in H'(\partial\Omega,\beta)$, 定义 $\|\Phi\|_{\beta}=C(\Phi,\partial\Omega)+H'(\Phi,\partial\Omega,\beta)$, 其中 $C(\Phi,\partial\Omega)=\sup_{t\in\partial\Omega}|\Phi(t)|$, $H'(\Phi,\partial\Omega,\beta)=\sup_{\substack{t_1\neq t_2\\ t_1,t_2\in\partial\Omega}}\frac{|\Phi(t_1)-\Phi(t_2)|}{|t_1-t_2|^{\beta}}$。易证 $H'(\partial\Omega,\beta)$ 是 Banach空间[5]。对于 $\boldsymbol{F},\boldsymbol{G}\in H'(\partial\Omega,\beta)$, 由文献[5]有

$$\|\boldsymbol{F}\|_{\beta}=\|\boldsymbol{F}\|_{\beta},\ \|\boldsymbol{F}+\boldsymbol{G}\|_{\beta}\leqslant\|\boldsymbol{F}\|_{\beta}+\|\boldsymbol{G}\|_{\beta},\ \|\boldsymbol{F}\leftarrow\boldsymbol{G}\|_{\beta}\leqslant J_{0}\|\boldsymbol{F}\|_{\beta}\|\boldsymbol{G}\|_{\beta}。\tag{5}$$

由文献[5]有, 若 $\Phi=(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_p)\in H'(\partial\Omega,\beta)$, 则有 $\varphi_i\in H(\partial\Omega,\beta)$, $i=1,2,\cdots,p$; 若 $\varphi_i\in H(\partial\Omega,\beta)$, $i=1,2,\cdots,p$, 则有 $\Phi=(\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_p)\in H'(\partial\Omega,\beta)$。

在 $\mathbf{R}^{n+1}$ 中某集合上定义, 在 $\mathscr{A}$ 上取值的函数记为 $f(x)=\sum_{A}f_A(x)e_A$, 其中 $f_A(x):\mathbf{R}^{n+1}\to\mathbf{R}$。如果 $\bar{\partial}f=\sum_{i=0}^{n}e_i\frac{\partial f}{\partial x_i}=\sum_{i=0}^{n}\sum_{A}e_ie_A\frac{\partial f_A}{\partial x_i}=0$, 则称 f 为左正则函数, 简称为正则函数。设 $\boldsymbol{F}(x)=(f_1(x),f_2(x),\cdots,f_p(x))$, 若 $f_i(x)$ ($i=1,2,\cdots,p$) 是正则函数, 则称 $\boldsymbol{F}(x)$ 是正则函数向量。

2　无界域上正则函数向量的 Plemelj公式

设 $\Omega\subset\mathbf{R}^{n+1}$ 是具有光滑 Liapunov边界 $\partial\Omega$ 的无界区域, 且 Ω 的余集包含一个非空开集, 选定位于 Ω 的余集中的一个点 y。引入 Ω 上的修正的 Cauchy核和 Cauchy型积分。

定义 1[7]　设 Ω 为上述无界区域, y 为 Ω 的余集中的固定点, $\xi\in\partial\Omega$, $x\in\Omega$, ω_{n+1} 为 $\mathbf{R}^{n+1}$ 中单位球面的面积, 称

$$l(\xi,x)=\frac{1}{\omega_{n+1}}\left(\frac{\xi-x}{|\xi-x|^{n+1}}-\frac{\xi-y}{|\xi-y|^{n+1}}\right)$$

为 n维无界域 $\partial\Omega$上的修正的 Cauchy核。

引理 **1**[8] 存在正常数 $C(n)>0$, 使得

$$|l(\xi,x)|\leqslant C(n)|x-y|\sum_{j=1}^{n}|\xi-x|^{-j}|\xi-y|^{j-(n+1)}, \tag{6}$$

其中 $C(n)$是只与维数 n有关的正常数。

定义 **2** 积分

$$\varphi_i=\int_{\partial\Omega}l(\xi,x)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi),\ x\in\Omega,$$

称为修正的 Cauchy型积分。这里 Ω, $\partial\Omega$如前所述, $l(\xi,x)$为定义 1中所述的修正的 Cauchy核, $m(\xi)$是沿 $\partial\Omega$的外法线方向的单位向量, $\mathrm{d}s(\xi)$是 $\partial\Omega$上的 Lebesgue测度。

引理 **2**[7] 设 $f_i(\xi)$是 $\partial\Omega$上的 H$\ddot{\mathrm{o}}$lder连续函数, 且 $f_i\in L^{\infty}(|x-y|^{-s})$, 这里 $L^{\infty}(|x-y|^{-s})$是 $\partial\Omega$上以 $|x-y|^{-s}$为权函数的 Hardy空间, 其中 $s\in(0,1)$, 则

$$\varphi_i=\int_{\partial\Omega}l(\xi,x)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi),\ x\in\Omega\text{为}\ \Omega\text{上的左正则函数。}$$

设 $x_0\in\partial\Omega$, 称积分

$$\varphi_i(x_0)=\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi) \tag{7}$$

为无界域 $\partial\Omega$上的奇异积分。

记超球 E: $|x-x_0|<\sigma$, $\partial\Omega$被 E分成 2部分, 并记 $\partial\Omega$位于球 E内部的部分为 λ_σ, 令

$$\varphi_{i\sigma}(x_0)=\int_{\partial\Omega-\lambda_\sigma}l(\xi,x_0)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)。$$

定义 **3** 若 $\lim\limits_{\sigma\to0}\varphi_{i\sigma}(x_0)=I_i(x_0)$存在, 称 $I_i(x_0)$为奇异积分 (7)的柯西主值, 记为 $I_i(x_0)=P.V.\ \varphi_i(x_0)$。

引理 **3**[7] Ω, $\partial\Omega$如前所述, 记 f_i为 $\partial\Omega$上的 H$\ddot{\mathrm{o}}$lder连续函数, 且 $f_i\in L^{\infty}(|x-y|^{-s})$, 则奇异积分 (7)的柯西主值存在。

引理 **4**[7] 对任意 $x\in\partial\Omega$, 在主值意义下

$$P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x)m(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)=\frac{1}{2}。 \tag{8}$$

引理 **5**[7] (Plemelj公式) Ω, $\partial\Omega$如前所述, 记 f_i为 $\partial\Omega$上的 H$\ddot{\mathrm{o}}$lder连续函数, 且 $f_i\in L^{\infty}(|x-y|^{-s})$, 对于 $x_0\in\partial\Omega$, 有

$$\varphi_i^{+}(x_0)=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)+\frac{1}{2}f_i(x_0),$$

$$\varphi_i^{-}(x_0)=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)f_i(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)-\frac{1}{2}f_i(x_0)。$$

推论 **1** Ω, $\partial\Omega$如前所述, 函数向量 $\boldsymbol{F}=(f_1,f_2,\cdots,f_p)$, f_i为 $\partial\Omega$上的 H$\ddot{\mathrm{o}}$lder连续函数, 且 $f_i\in L^{\infty}(|x-y|^{-s})$, $i=1,2,\cdots,p$, 对于 $x_0\in\partial\Omega$, 有

$$\Phi^{+}(x_0)=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)+\frac{1}{2}F(x_0), \tag{9}$$

$$\Phi^{-}(x_0)=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)-\frac{1}{2}F(x_0), \tag{10}$$

记 $PF=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,x_0)m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)$, $\frac{1}{2}F=\frac{1}{2}F(x_0)$。

定义 **4** 设 $d(t)$为 $\partial\Omega$到 $\partial\Omega$的同胚映射, 则称 $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移。

推论 **2** Ω, $\partial\Omega$如前所述, 函数向量 $\boldsymbol{F}=(f_1,f_2,\cdots,f_p)$, f_i为 $\partial\Omega$上的 H$\ddot{\mathrm{o}}$lder连续函数, 且 $f_i\in L^{\infty}(|x-y|^{-s})$, $i=1,2,\cdots,p$, $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移。对于 $x_0\in\partial\Omega$, 有

$$\Phi^{+}(d(x_0))=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,d(x_0))m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)+\frac{1}{2}F(d(x_0)), \tag{11}$$

$$\Phi^{-}(d(x_0))=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,d(x_0))m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)-\frac{1}{2}F(d(x_0)), \tag{12}$$

记 $PF(d)=P.V.\int_{\partial\Omega}l(\xi,d(x_0))m(\xi)F(\xi)\,\mathrm{d}s(\xi)$, $\frac{1}{2}F(d)=\frac{1}{2}F(d(x_0))$。

3　无界域上正则函数向量的带位移带共轭的边值问题

设 $\Omega \subset R^{n+1}$ 是具有光滑 Liapunov边界 $\partial\Omega$的无界区域, 且 Ω的余集包含一个非空开集, y是 Ω的余集中的一点。设 $\boldsymbol{A}(t) = (a_1(t), a_2(t), \cdots, a_p(t))$, $\boldsymbol{B}(t) = (b_1(t), b_2(t), \cdots, b_p(t))$, $\boldsymbol{C}(t) = (c_1(t), c_2(t), \cdots, c_p(t))$, $\boldsymbol{D}(t) = (d_1(t), d_1(t), \cdots, d_p(t))$, $\boldsymbol{G}(t) = (g_1(t), g_2(t), \cdots, g_p(t)) \in H'(\partial\Omega, \beta)$, $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移。记 $\Omega^+ = \Omega$, $\Omega^- = R^{n+1} \setminus \Omega$, 要找在 $\Omega^{\pm}$上正则, 在 $\Omega^{\pm} \cup \partial\Omega$上连续, 且满足 $\Phi^-(y) = 0$的函数向量 $\Phi = (\varphi_1(t), \varphi_2(t), \cdots, \varphi_p(t))$, 使其满足式(1)的边界条件, 称此边值问题为问题 **XB**。

将式(11) 式(12) 代入式(1), 得到方程

$$\boldsymbol{A}(t) \leftarrow \left(\frac{\boldsymbol{F}(d)}{2} + P\boldsymbol{F}(d)\right) + \boldsymbol{B}(t) \leftarrow \left(\frac{\overline{\boldsymbol{F}(d)}}{2} + P\overline{\boldsymbol{F}(d)}\right) +$$

$$\boldsymbol{C}(t) \leftarrow \left(-\frac{\boldsymbol{F}(d)}{2} + P\boldsymbol{F}(d)\right) + \boldsymbol{D}(t) \leftarrow \left(-\frac{\overline{\boldsymbol{F}(d)}}{2} + P\overline{\boldsymbol{F}(d)}\right) = \boldsymbol{G}(t)。 \tag{13}$$

引入算子 $Q\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{A}(t) + \boldsymbol{C}(t)) \leftarrow \left(-\frac{\boldsymbol{F}}{2} + P\boldsymbol{F}\right)(d) + (1 + \boldsymbol{A}(t)) \leftarrow \boldsymbol{F}(d) + (\boldsymbol{B}(t) + \boldsymbol{D}(t)) \leftarrow \left(-\frac{\boldsymbol{F}}{2} + P\boldsymbol{F}\right)(d) + \boldsymbol{B}(t)\overline{\boldsymbol{F}(d)} - \boldsymbol{G}(t)$, 则方程(13)可写成

$$Q\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}, \tag{14}$$

这样将边值问题 **XB**转化为求解积分方程(14)。

定理 1　设 $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移, 且对于 t', $t'' \in \partial\Omega$都有 $|d(t') - d(t'')| \leqslant J|t' - t''|$ (J为正常数), 则对于任意函数向量 $\boldsymbol{F}_i \in H'(\Omega, \beta)$, 都有 $\|\boldsymbol{F}(d(t))\|_\beta \leqslant (1 + J^\beta)\|\boldsymbol{F}\|_\beta$。

定理 2　引入算子 θ, $\theta f_i = \frac{f_i}{2} - Pf_i$, 其中 $f_i \in H(\partial\Omega, \beta)$, 那么存在与 f_i无关的正常数 J_1, 使得

$$\|\theta f_i\|_\beta \leqslant J_1\|f_i\|_\beta, \quad \|\bar{\theta} f_i\|_\beta \leqslant J_1\|f_i\|_\beta。$$

引理 **7**[5]　若 $\boldsymbol{F} = (f_1, f_2, \cdots, f_p) \in H'(\partial\Omega, \beta)$, 则 $\|f_i\|_\beta \leqslant \|\boldsymbol{F}\|_\beta (i = 1, 2, \cdots, p)$。

定理 3　令 θ, $\theta\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{F}}{2} - P\boldsymbol{F}$, 其中 $\boldsymbol{F} \in H'(\partial\Omega, \beta)$, 那么存在与 $\boldsymbol{F}$无关的正常数 J_2, 使得 $\|\theta\boldsymbol{F}\|_\beta \leqslant J_2\|\boldsymbol{F}\|_\beta$, $\|\bar{\theta}\boldsymbol{F}\|_\beta \leqslant J_2\|\boldsymbol{F}\|_\beta$。

定理 4　令 θ, $\theta\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{F}}{2} - P\boldsymbol{F}$, 其中 $\boldsymbol{F} \in H'(\partial\Omega, \beta)$, $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移, 且对于 t', $t'' \in \partial\Omega$都有 $|d(t') - d(t'')| \leqslant J|t' - t''|$ (J为正常数), 那么存在与 $\boldsymbol{F}$无关的正常数 J_3, 使得 $\|\theta\boldsymbol{F}(d)\|_\beta \leqslant J_3(1 + J^\beta)\|\boldsymbol{F}\|_\beta$, $\|\bar{\theta}\boldsymbol{F}(d)\|_\beta \leqslant J_3(1 + J^\beta)\|\boldsymbol{F}\|_\beta$。

定理 5　对任意的 $f_i \in H(\partial\Omega, \beta)$, 存在与 f_i无关的常数 J_4, 使得 $\left\|\frac{f_i}{2} + Pf_i\right\|_\beta \leqslant J_4\|f_i\|_\beta$。

定理 6　对任意的 $\boldsymbol{F} \in H'(\partial\Omega, \beta)$, $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移, 且对于 t', $t'' \in \partial\Omega$都有 $|d(t') - d(t'')| \leqslant J|t' - t''|$ (J为正常数), 那么存在与 $\boldsymbol{F}$无关的常数 J_5, 使得

$$\left\|\frac{\boldsymbol{F}}{2} + P\boldsymbol{F}\right\|_\beta \leqslant J_5\|\boldsymbol{F}\|_\beta, \quad \left\|\frac{\boldsymbol{F}}{2} + P\boldsymbol{F}\right\|_\beta \leqslant J_5\|\boldsymbol{F}\|_\beta,$$

$$\left\|\frac{\boldsymbol{F}(d)}{2} + P\boldsymbol{F}(d)\right\|_\beta \leqslant J_5(1 + J^\beta)\|\boldsymbol{F}\|_\beta, \quad \left\|\frac{\overline{\boldsymbol{F}(d)}}{2} + P\boldsymbol{F}\right\|_\beta \leqslant J_5(1 + J^\beta)\|\boldsymbol{F}\|_\beta$$

定理 7　设问题 **XB**中 $\boldsymbol{A}(t)$, $\boldsymbol{B}(t)$, $\boldsymbol{C}(t)$, $\boldsymbol{D}(t)$, $\boldsymbol{G}(t) \in H'(\partial\Omega, \beta)$, $d(t)$为 $\partial\Omega$上的位移, 且对于 t', $t'' \in \partial\Omega$都有 $|d(t') - d(t'')| \leqslant J|t' - t''|$ (J为正常数)。如果 $\|\boldsymbol{A}(t) + \boldsymbol{C}(t)\|_\beta < \varepsilon < 1$, $\|1 + \boldsymbol{A}(t)\|_\beta < \varepsilon < 1$, $\|\boldsymbol{B}(t) + \boldsymbol{D}(t)\|_\beta < \varepsilon < 1$, $\|\boldsymbol{B}(t)\|_\beta < \varepsilon < 1$, $0 < \gamma = 2J_0\varepsilon(1 + J^\beta)(J_2 + 1) < 1$, 且 $\|\boldsymbol{G}(t)\|_\beta <$

(下转第 164页)

指;混合形指纹由于非常罕见所以未能采集到。

笔者选取 2个参数衡量该指纹分类算法:一是误判率,误判率 = 被误判的指纹数 /总的指纹数;二是分辨时间,即指纹从录入经预处理、特征提取到分类完成所需的时间。

表 1 本文指纹分类算法结果

Tab. 1 Result of fingerprint classification arithmetic proposed

类别	实验结果				
	弧形 /枚	尖拱形 /枚	左旋形 /枚	右旋形 /枚	涡形 /枚
弧 形	60	2	0	0	0
尖拱形	1	59	1	1	0
左旋形	0	2	443	1	0
右旋形	0	2	1	444	0
涡 形	1	2	1	1	379

表 2 文献[4]指纹分类算法结果

Tab. 2 Result of fingerprint classification arithmetic in document 4

类别	实验结果				
	弧形 /枚	尖拱形 /枚	左旋形 /枚	右旋形 /枚	涡形 /枚
弧 形	38	0	2	0	0
尖拱形	0	37	0	3	0
左旋形	0	0	38	2	0
右旋形	0	0	0	40	0
涡 形	0	0	0	0	40

测试结果表明(见表 1),本文分类算法的误判率为 1.143%,分辨时间为 1.3 s。文献[4]用 200枚指纹,每类 40枚进行测试其分类算法,利用本文参数分析,其误判率为 3.5%,实验结果见表 2。

3 结 论

本文提出的分类算法在特定的极坐标系下进行,该极坐标系选取中心点为极点,其切线为极轴。从而,有效地解决了指纹录入时产生的旋转、平移问题;同时,算法中选用角度信息判断指纹类型有利于解决指纹录入时的非线性形变问题。文献[4]中算法对指纹中心点的采集质量要求较高,然而,笔者在进行多次试验的基础上发现,现有的特征提取算法完全可以满足该算法对特征点提取的要求。

参考文献:

[1] 刘元宁,苑森淼,朱晓冬.警用辨识系统现场指纹分类与点模式匹配算法的研究[J].计算机研究与发展,2003,40(6):813-819.
[2] 刘 通,苏光大.基于结构的指纹分类技术[J].电子技术应用,2002,28(2):31-34.
[3] WANG C W, LI J W, CHEN W M. A new two-stage method of fingerprint classification[J]. ACTA Automatica Sinica, 2003, 29(6): 851-857.
[4] 胡红俊,赵丽如,贺贵明.一种改进的指纹分类方法[J].计算机工程,2002,28(4):109-110.
[5] KARU K, JAIN A K. Fingerprint classification[J]. Pattern Recognition, 1996, 29(3): 389-404.
[6] 李晓红,贺贵明,贾国颖.一种基于大型指纹数据库的检索方法[J].计算机工程与应用,2002,38(19):203-204.
[7] 杨利敏,杨 杰,李 钢.基于指纹分类的模式匹配[J].电子学报,2003,31(7):1 030-1 034.

(上接第 113页))

$M(1-\gamma)$,则问题 **XB**存在唯一解。这里 M 是一个给定的正数($\|\boldsymbol{F}\|_{\beta} \leqslant M$)。

参考文献:

[1] 徐振远.Clifford代数上正则函数的 Riemann问题[J].科学通报,1987,32(23):476-477.
[2] 黄 沙.实 Clifford分析中带共轭值的边值问题解的存在唯一性[J].科学通报,1991,36(9):715-716.
[3] 黄 沙.Clifford分析中双正则函数的一个非线性边值问题[J].中国科学,1996,26(3):227-236.
[4] 乔玉英.广义双正则函数的非线性带位移边值问题[J].系统科学与数学,2002,22(11):43-49.
[5] 谢永红,乔玉英.广义双正则函数向量的带位移带共轭的边值问题[J].应用泛函分析学报,2001,3(3):243-249.
[6] BRACK F, DELANGHE R, SOMMEN F. Clifford Analysis(Research Notes in Mathematics 76)[M]. London: Pitman Books Ltd, 1982.
[7] KLAUS G, UWE K, JOHN R. Clifford analysis over unbounded domains[J]. Advances in Applied Mathematics, 1997, (19): 216-239.
[8] GILBERT R P, BUCHNAN J L. First Order Elliptic Systems, A Function Theoretic Approch[M]. New York: Academic Press, 1983.