文章编号: 1008-1542(2005)03-0184-03

模糊信息过滤算子的公理化体系

李丽霞[1], 王书田[2], 陈洪霞[1], 李法朝[3]

(1. 河北科技大学理学院, 河北石家庄　050018; 2. 河北工业职业技术学院基础部, 河北石家庄　050091; 3. 河北科技大学经济管理学院, 河北石家庄　050018)

摘　要: 针对在利用模糊信息进行决策时, 常常需要依据某种决策意识, 强化或削弱某些因素的作用, 即需要对模糊信息进行过滤处理, 在分析了现行信息过滤方法本质特征的基础上, 提出了模糊信息过滤算子的公理化体系, 并给出了建立信息过滤算子的一般方法, 讨论了信息过滤在模糊综合评判中的应用。

关键词: 模糊集合; 模糊信息; 过滤算子; 公理化体系; 模糊综合评判

中图分类号: O159　　文献标识码: A

Axiomatic system of filter operator of fuzzy information

LI Li-xia[1], WANG Shu-tian[2], CHEN Hong-xia[1], LI Fa-chao[3]

(1. College of Sciences, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang Hebei 050018, China; 2. Department of Fundamental Science, Hebei Institute of Industry Technology, Shijiazhuang Hebei 050091, China; 3. College of Economics and Management, Shijiazhuang Hebei 050018, China)

Abstract: Making decision by fuzzy information, we need to filter fuzzy information to strengthen or weaken the effect of some factors according to some decision conciousness. The axiomatic system of filter operator of fuzzy information is put forward in this paper based on analyzing the characteristics of the present filter methods. A general way to establish filter operator of fuzzy information is given, and the application of filter operator on fuzzy comprehensive assessment is discussed.

Key words: fuzzy set; fuzzy information; filter operator; axiomatic system; fuzzy comprehensive assessment

不确定信息是复杂系统优化等众多领域无法回避的问题, 合理地描述和处理不确定信息是当今学术界广泛关注的研究课题。1965 年, 美国的控制论专家 ZADEH 教授提出了模糊集合[1] 的概念, 从而为不确定信息的描述提供了一种强有力的工具, 极大地促进了信息科学、控制科学、计算机科学、人工智能、管理科学、优化与决策等相关学科的发展, 并取得了许多重要的理论和应用成果[2~4]。

模糊集合虽然完整地描述了论域中各元素的性态, 但在实际问题中却很难面面俱到地加以考虑, 因而在依据模糊信息进行决策时, 常常需要针对某种决策意识, 强化或削弱不确定信息中不同成分的因素的作用, 排除或减少不确定信息的噪音, 提高决策过程的可操作性和决策结果的可靠程度, 通常称该过程为信息过滤。这方面的现行文献大都是针对具体问题提出的(如文献[5] 采用显著水平来过滤模糊信息、文献[6] 讨论了过滤水平的选择策略), 均未给出信息过滤的一般准则。该不足不仅影响着信息过滤规则的选取, 而且还制约着一般信息处理系统的建立, 因而探讨信息过滤算子的公理化体系具有重要的应用价值。 本文在分析了现行信息过滤方法本质特征的基础上, 提出了模糊信息过滤算子的公理化体系, 给出了建立信息过滤算子的一般途径, 进而

收稿日期: 2004-02-20; 修回日期: 2004-11-11; 责任编辑: 张　军, 许克明
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274045); 河北科技大学校立基金资助项目(QD200314, XL2004058)
作者简介: 李丽霞(1965-), 女, 河北行唐人, 副教授, 主要从事模糊集理论及不确定信息处理方面的研究。

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

给出了信息过滤在综合评判过程中的应用。

本文中用 X 表示论域, $\mathcal{F}(X)$ 表示 X 上的模糊集合全体, 2^X 表示 X 的势集(即 X 的所有普通子集的全体)。对 $A \in \mathcal{F}(X)$, 用 $A(x)$ 表示 A 的隶属函数, $A_\lambda = \{x \mid A(x) \geqslant \lambda, \lambda \in (0, 1]\}$ 表示 A 的 λ 截集。

1　模糊信息过滤的本质特征分析

设 A 为论域 X 上的模糊集合, 在人工智能领域中较为常用的模糊信息过滤方法主要包括 2 种。

方法ⅴ　取定 $\alpha \in [0, 1]$,

令
$$A_{[\alpha]}(x) = \begin{cases} A(x), & A(x) \geqslant \alpha, \\ 0, & A(x) < \alpha, \end{cases} \quad x \in X, \tag{1}$$

则 $A_{[\alpha]} \in \mathcal{F}(X)$。过滤算子(1)的本质是以水平 α(称为过滤水平, 在具体问题中可视情况而定)为基准, 将模糊信息 A 的隶属度小于 α 的元素的隶属性态减弱为 0, 同时保留了隶属度不小于 α 的元素的隶属性态。

方法㈦　取定 $\alpha \in [0, 1]$,

令
$$A_\alpha(x) = \begin{cases} 1, & A(x) \geqslant \alpha, \\ 0, & A(x) < \alpha, \end{cases} \quad x \in X, \tag{2}$$

则 $A_\alpha \in 2^X \subset \mathcal{F}(X)$。过滤算子(2)的本质是以水平 α(称为清晰化水平)为分界限, 将模糊信息 A 的隶属度小于 α 的元素的隶属性态减弱为 0, 而将隶属度不小于 α 的元素的隶属性态增大到 1。

从数学的角度来讲, 式(1)和式(2)均是从 $\mathcal{F}(X)$ 到 $\mathcal{F}(X)$ 的特殊映射, 其主导思想是通过隶属性态来过滤模糊信息, 以达到增强决策过程的可操作性, 提高决策结果的可靠性目的。上述 2 种信息过滤方法具有操作简单、实用性强等优点, 但却存在明显的不足, 尤其是在过滤隶属性态偏小的模糊信息时将导致大部分信息的损失, 这种损失可能导致决策过程和决策结果失实。为了更好地解决信息过滤问题, 笔者提出了模糊信息过滤算子的公理化体系, 给出了构造过滤算子的基本方法。

2　模糊信息过滤算子的公理化体系

定义 1　设 F 是 $\mathcal{F}(X)$ 到 $\mathcal{F}(X)$ 的一个映射(即 $\forall A \in \mathcal{F}(X)$, 总有 $F(A) \in \mathcal{F}(X)$ 与之对应), 且满足:

1) 对任何 $x_1, x_2 \in X$, 当 $A(x_1) \geqslant A(x_2)$ 时, 有 $F(A)(x_1) \geqslant F(A)(x_2)$;

2) 对任何 $x \in X$, 当 $A(x) = 0$ 时, 有 $F(A)(x) = 0$; 当 $A(x) = 1$ 时, $F(A)(x) = 1$, 则称映射 F 为模糊信息过滤算子。

定理 1　设 $G(t)$ 为从 $[0, 1]$ 到 $[0, 1]$ 的一个函数, 若满足单调不减, 且 $G(0) = 0$, $G(1) = 1$, 令 $F(A)(x) = G(A(x))$, 则映射 $F: A \to F(A)$ 为模糊信息过滤算子。

证明　$\forall x \in X$, $A \in \mathcal{F}(X)$, 令 $F(A)(x) = G(A(x))$, 由于 $A(x) \in [0, 1]$, $G(t)$ 为 $[0, 1]$ 到 $[0, 1]$ 的函数, 故 $G(A(x)) \in [0, 1]$, 即 $F(A) \in \mathcal{F}(X)$, 因此 $F: A \to F(A)$ 为 $\mathcal{F}(X)$ 到 $\mathcal{F}(X)$ 的一个映射。

1) 对 $\forall x_1, x_2 \in X$, 当 $A(x_1) \geqslant A(x_2)$ 时, 由 $G(t)$ 的单调不减性可知 $G(A(x_1)) \geqslant G(A(x_2))$, 而 $F(A(x_1)) = G(A(x_1))$, $F(A(x_2)) = G(A(x_2))$, 故 $F(A)(x_1) \geqslant F(A)(x_2)$。

2) $\forall x \in X$, 当 $A(x) = 0$ 时, $F(A(x)) = G(A(x)) = G(0) = 0$, 当 $A(x) = 1$ 时, $F(A(x)) = G(A(x)) = G(1) = 1$。由定义 1 可知, 映射 $F: A \to F(A)$ 为模糊信息过滤算子。

可以证明, 由定理 1 确定的模糊信息过滤算子保持模糊集合的并、交运算, 即有下面的定理 2。

定理 2　设 $A, B \in \mathcal{F}(X)$, $G(t)$, $F(A)$ 如定理 1 所述, 则有

$$F(A \cup B) = F(A) \cup F(B); F(A \cap B) = F(A) \cap F(B)。$$

证明　$\forall x \in X$, 不妨设 $A(x) \geqslant B(x)$, 由 $G(t)$ 的单调不减性可知 $G(A(x)) \geqslant G(B(x))$, 而 $F(A \cup B)(x) = G((A \cup B)(x)) = G(A(x) \vee B(x)) = G(A(x)) = G(A(x)) \vee G(B(x)) = F(A)(x) \vee F(B)(x)$, 即 $F(A \cup B) = F(A) \cup F(B)$。$F(A \cap B)(x) = G((A \cap B)(x)) = G(A(x) \wedge B(x)) = G(B(x)) = G(A(x)) \wedge G(B(x)) = F(A)(x) \wedge F(B)(x)$, 即 $F(A \cap B) = F(A) \cap F(B)$。

在这里, 对于给定的 $\alpha \in [0, 1]$: 若取 $G(t) = \begin{cases} t, & \alpha \leqslant t \leqslant 1, \\ 0, & 0 < t < \alpha, \end{cases}$ 则 $F(A)(x) = G(A(x)) =$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$\begin{cases} A(x), & A(x) \geqslant \alpha, \\ 0, & A(x) < \alpha, \end{cases}$ 即为过滤算子(1)；若取 $G(t) = \begin{cases} 1, & \alpha \leqslant t \leqslant 1, \\ 0, & 0 \leqslant t < \alpha, \end{cases}$ 则 $F(A)(x) = G(A(x)) = \begin{cases} 1, & A(x) \geqslant \alpha, \\ 0, & A(x) < \alpha, \end{cases}$ 即为过滤算子(2)。这表明现行的信息过滤方法均为定义1的特殊情形。

定理1给出了构造模糊信息过滤算子的一般方法，在具体问题中，可根据不同的决策意识来构造不同的过滤算子。下面给出一类具有较强可操作性的信息过滤算子(称之为抛物型信息过滤算子)。

定理**3** 令 $G(t) = \begin{cases} t^{\alpha}, & \lambda \leqslant t \leqslant 1, \\ t^{\beta}, & 0 \leqslant t < \lambda, \end{cases}$ 其中 $0 \leqslant \alpha \leqslant 1, \beta > 1, \lambda \in [0, 1]$；令 $F_{\lambda}(A)(x) = G(A(x))$，则 $F_{\lambda}: A \rightarrow F_{\lambda}(A)$ 为一个模糊信息过滤算子。

证明 由于 $0 \leqslant \alpha \leqslant 1, \beta > 1$，故当 $t \in [0, 1]$ 时，有 $t^{\alpha} \in [0, 1]$，$t^{\beta} \in [0, 1]$，即 $G(t)$ 为$[0, 1]$到$[0, 1]$的函数。因为当 $0 \leqslant t < \lambda$ 时，t^{β} 单调不减，当 $\lambda \leqslant t \leqslant 1$ 时，t^{α} 单调不减，而 $\lambda^{\alpha} \geqslant \lambda^{\beta}$，故 $G(t)$ 为单调不减函数。又 $G(0) = 0^{\beta} = 0$，$G(1) = 1^{\alpha} = 1$，令 $F_{\lambda}(A)(x) = G(A(x))$，则由定理1可知 $F_{\lambda}: A \rightarrow F_{\lambda}(A)$ 为模糊信息过滤算子。

通过 F_{λ} 的作用，将隶属度小于 λ 的元素的隶属度进一步降低，从而削弱了这部分因素的作用，而将隶属度不小于 λ 的元素的隶属度进一步加大，即增强了这部分因素的作用，其中 α, β, λ 可根据实际问题及需要选取。

3 信息过滤在模糊综合评判过程中的应用

例：大学毕业生专业学习水平的模糊综合评判。

设因素论域 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$，其中 u_i 为第 i 门专业课的学习成绩，$i = 1, 2, 3, 4$；设评语等级论域 $V = \{$优秀，良好，合格，不合格$\}$，对应的等级模糊子集分别为 H, I, J, K；设某学生的4门专业课成绩分别为79，88，94，70：通过选择合适的隶属函数[7]，可以得到如下4个模糊集 R_1, R_2, R_3, R_4。

$R_1 = (0, 0.98, 0.30, 0.042)$，　　$R_2 = (0.85, 0.47, 0.118, 0.022)$，

$R_3 = (0.94, 0.22, 0.074, 0.016)$，　　$R_4 = (0, 0.36, 0.9, 0.1)$，

其中 $R_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 的每个分量分别表示因素 $u_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 对模糊集 H, I, J, K 的隶属度。对于这4个模糊集合，如果不进行过滤处理，可直接得到模糊关系矩阵

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0.98 & 0.30 & 0.042 \\ 0.85 & 0.47 & 0.118 & 0.022 \\ 0.94 & 0.22 & 0.074 & 0.016 \\ 0 & 0.36 & 0.9 & 0.1 \end{bmatrix}。$$

设4门专业课的模糊权向量为 $\boldsymbol{A} = (0.35, 0.20, 0.25, 0.20)$，采用模糊合成算子 $M(\cdot, \vee)$，可得该生专业课学习的模糊综合评价结果向量

$$\boldsymbol{A} \circ \boldsymbol{R} = (0.35, 0.20, 0.25, 0.20) \begin{bmatrix} 0 & 0.98 & 0.30 & 0.042 \\ 0.85 & 0.47 & 0.118 & 0.022 \\ 0.94 & 0.22 & 0.074 & 0.016 \\ 0 & 0.36 & 0.9 & 0.1 \end{bmatrix} = (0.405, 0.564, 0.327, 0.043) = \boldsymbol{B}。$$

$\boldsymbol{B}$ 说明了该学生专业学习的总体情况对各等级模糊子集的隶属程度，这就是通常的模糊综合评判所得结果。显然，该生的学习情况对优和良的隶属度相差不大，不易区分。

下面，笔者选取模糊集合的1个过滤算子 $F: A \rightarrow F(A)$，

$$F(A)(x) = g(A(x)) = \begin{cases} [A(x)]^{1/2}, & A(x) \geqslant 0.35, \\ [A(x)]^{2}, & A(x) < 0.35。 \end{cases}$$

利用 F 对模糊集 R_1, R_2, R_3, R_4 进行过滤处理后，分别得到如下4个新的模糊集：

$R'_1 = (0, 0.9899, 0.09, 0.0018)$，　　$R'_2 = (0.9219, 0.6856, 0.0014, 0.0005)$，

$R'_3 = (0.9695, 0.048, 0.0055, 0.0003)$，　　$R'_4 = (0, 0.6, 0.9487, 0.01)$。

(下转第214页)

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3 结 论

以上方法反应温度均不宜过高, 在 25~ 30 ℃之间为宜, 随温度升高, 副反应增加, 反应液颜色加深。笔者曾实验在低温下加哌啶-冰醋酸盐的固体, 但固体不稳定, 而且加入等摩尔的哌啶-冰醋酸时如配比掌握不好, 有可能生成乙酰哌啶。浓硫酸催化法操作简单, 后处理方便, 收率偏低。加入苯脱水的哌啶-冰醋酸法收率较高, 缺点是使用了有机溶剂, 但可回收循环使用。此种方法重结晶使用溶剂的量较其他方法少, 产品纯度较高, 是一种比较实用的合成方法(本文所得的中间体与 3-氨基巴豆酸乙酯缩合, 得非洛地平, 其熔点, 元素分析, IR, MS, NMR 分析与文献[1] 一致)。

参考文献:

[1] MEYER H, WEHINGER E, BOSSERT D, et al. Synshesis of new dihydropyridine vasodilators [J]. Drug Research, 1983, 33(1) : 106-110.
[2] 陈 新, 高亚平, 黄文龙, 等. 钙拮抗剂尼莫地平的合成[J] . 中国医药工业杂志 , 1989, 20(2) : 52-53.
[3] 鲍春和, 陈子明, 杜玉民. 尼莫地平合成工艺改进[J] . 中国医药工业杂志, 1996, 27(7) : 295-256.
[4] KOSUGE Y, MATSUMOTO H, HASHIMOTO S. Herbicidal α-acetoeinnamate esters [P]. Japan: 7853638, 1978-05-16.

(上接第 **186** 页)

由此得到模糊关系矩阵

$$\boldsymbol{R}' = \begin{bmatrix} 0 & 0.989\,9 & 0.09 & 0.001\,8 \\ 0.921\,9 & 0.685\,6 & 0.001\,4 & 0.000\,5 \\ 0.969\,5 & 0.048 & 0.005\,5 & 0.000\,3 \\ 0 & 0.6 & 0.948\,7 & 0.01 \end{bmatrix}。$$

选取同样的模糊权向量及相同的模糊合成算子 $M(\cdot, \dot{\vee})$, 可得该生专业学习的模糊综合评判向量为 $\boldsymbol{A}^{\circ}\boldsymbol{R}=(0.426\,8, 0.615\,7, 0.225\,4, 0.002\,8)$。

通常, 设 $\boldsymbol{A}=(a_1, a_2, \cdots, a_p)$ 为模糊权向量, $\boldsymbol{R}=(r_{ij})_{p\times m}$ 为模糊关系矩阵, $\boldsymbol{B}=(b_1, b_2, \cdots, b_m)$ 为模糊综合评判向量, 则模糊合成算子 $M(\cdot, \dot{\vee})$ 为 $b_j = \min\left(1, \sum_{i=1}^{p} a_i r_{ij}\right)$。

显然, 经过过滤处理后, 该生的学习情况对良好的隶属度增大了, 因此, 更容易判别所属的等级。

参考文献:

[1] ZADEH L A. Fuzzy sets[J] . Information and Control, 1965, 8: 338-353.
[2] ZIMMERMANN H J. Fuzzy Set Theory and Its Applications[M] . Second Edition. London: Kluwer Academic Publishers, 1991.
[3] DUBOIS D, PRADE H. Fuzzy Sets and Systems-theory and Applications[M] . New York: Academic Press, 1980.
[4] 汪培庄, 李洪兴. 模糊系统理论与模糊计算机[M] . 北京: 科学出版社, 1996
[5] YUAN Y, SHAW M J. Induction of fuzzy decision trees[J] . Fuzzy Sets and Systems, 1995, 69(2) : 125-139.
[6] LI Fa-chao, SUN Juan, WANG Xi-zhao. Analysis on the fuzzy filter in fuzzy trees[J] . Processing of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2003, 3: 1 457-1 462.
[7] 胡永宏, 贺思辉. 综合评价方法[M] . 北京: 科学出版社, 2000.

科学技术是第一生产力!

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net