

文章编号: 1008-1542(2021)04-0319-08

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



一种考虑参数不确定性和相关性的悬置系统固有特性分析方法

黄晓婷¹, 杨 坤², 毛海宽², 吕 辉²

(1. 华南理工大学广州学院, 广东广州 510800; 2. 华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东广州 510641)

摘 要:针对汽车动力总成悬置系统参数同时存在不确定性和相关性的复杂情形,提出了一种汽车动力总成悬置系统固有频率和解耦率的不确定性分析方法。首先,基于多维平行六面体模型对具有不确定性和相关性的系统参数进行描述;其次,结合正则化、泰勒级数展开和中心差分法等方法,计算悬置系统固有频率和解耦率的不确定性响应;再次,给出方法的具体分析步骤;最后,以蒙特卡洛法作为参考方法进行对比验证。结果表明,悬置系统不确定性参数的相关性对系统固有特性响应有一定影响。所提方法在求解系统不确定性响应方面表现出较高的计算精度和计算效率,可为汽车动力总成悬置系统固有特性的计算、评估和优化设计提供参考。

关键词:机械动力学与振动;动力总成悬置系统;多维平行六面体模型;固有特性;不确定性;相关性

中图分类号: TN958.98

文献标识码: A

doi: 10.7535/hbkd.2021yx04001

A method for inherent characteristics analysis of powertrain mounting systems by considering parametric uncertainty and correlation

HUANG Xiaoting¹, YANG Kun², MAO Haikuan², LYU Hui²

(1. Guangzhou College, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510800, China; 2. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China)

Abstract: In order to deal with the complex situation that parametric uncertainty and correlation coexist in the automotive powertrain mounting system (PMS), an uncertainty analysis method for calculating the natural frequency and decoupling rate of PMS was proposed. In the proposed method, the multi-dimensional parallelepiped model was firstly constructed to describe the PMS parameters with uncertainty and correlation. Then, the uncertain responses of the natural frequency and decoupling rate were calculated by integrating the regulation technique, Taylor series expansion and central difference method. Next, the

收稿日期: 2021-03-30; 修回日期: 2021-04-23; 责任编辑: 冯 民

基金项目: 国家自然科学基金(51975217, 51605167); 广东省自然科学基金(2020A1515010352)

第一作者简介: 黄晓婷(1988—), 女, 广东广州人, 讲师, 硕士, 主要从事汽车 NVH 分析与控制方面的研究。

通讯作者: 吕 辉副教授。E-mail: melvhui@scut.edu.cn

黄晓婷, 杨坤, 毛海宽, 等. 一种考虑参数不确定性和相关性的悬置系统固有特性分析方法[J]. 河北科技大学学报, 2021, 42(4): 319-326.

HUANG Xiaoting, YANG Kun, MAO Haikuan, et al. A method for inherent characteristics analysis of powertrain mounting systems by considering parametric uncertainty and correlation[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2021, 42(4): 319-326.

analysis procedure of the proposed method was presented. Finally, the Monte Carlo method was used as a reference method for comparison and verification. The numerical analysis results show that the correlation of uncertain parameters of PMS has a certain influence on the inherent characteristics of the system. The method presents acceptable computational accuracy and higher computational efficiency in solving the uncertain response of PMS, which provides important reference for the calculation, evaluation and optimization design of the inherent characteristics of automotive PMS.

Keywords: mechanical dynamics and vibration; powertrain mounting system; multidimensional parallelepiped model; inherent characteristics; uncertainty; correlation

工程实际中,受生产加工、测量误差、磨损、疲劳老化和复杂工况等主客观因素的影响,汽车结构系统,包括动力总成悬置系统(powertrain mounting system, PMS)^[1-4],往往存在众多不确定性因素。系统振动特性的复杂性与存在于系统的不确定性因素密切相关。因此,在 PMS 固有特性的分析和优化设计过程中,很有必要考虑系统不确定性因素的影响。

基于不确定性分析技术的 PMS 研究不断深入。基于随机模型, SIRAFI 等^[5]讨论了系统悬置刚度的不确定性对 PMS 固有特性的影响; WU 等^[6]基于扭矩轴解耦理论对 PMS 进行了 6-sigma 优化,其中悬置刚度和位置参数被视为随机变量。基于区间模型, XIE 等^[7]使用 Chebyshev 区间分析方法计算了 PMS 固有特性的区间界限; CAI 等^[8]结合 Chebyshev 多项式与顶点法,对 PMS 固有特性进行了有效分析和优化。

然而,上述随机和区间模型均将系统不确定性参数视为独立变量,没有考虑参数相关性的影响。对于汽车结构系统中不确定性参数之间存在相关性的情形^[9],这 2 种模型均无法进行有效处理。对于此类情形,可采用多维椭球凸模型和多维平行六面体模型进行处理。吕辉等^[10]基于多椭球凸模型处理悬置刚度的不确定性和相关性,对 PMS 固有特性进行了有效分析。PMS 中同一悬置的三向刚度参数之间往往具有相关性,而不同悬置之间的刚度参数却相互独立。因此,基于多椭球凸模型的不确定性分析需建立多个椭球模型,这会在一定程度上给数值建模分析带来不便。

多维平行六面体模型(multidimensional parallelepiped model, MPM)可同时考虑参数不确定性和相关性共存的情形^[11]。吕辉等^[12]引入 MPM 处理系统悬置刚度,采用蒙特卡洛法提出了一种 PMS 不确定性分析方法。为获得精确的响应结果,该方法需要进行大量蒙特卡洛法抽样操作^[13],计算效率偏低。本文在前期工作基础上,为在保证计算精度的同时有效提高计算效率,基于 MPM 提出了一种将正则化技术、泰勒级数展开和中心差分法相结合的 PMS 不确定性分析方法,并给出了算例分析结果。

1 PMS 固有特性计算

图 1 给出了某车型的 PMS 动力学 6 自由度模型^[14-15]。系统自由振动的动力学微分方程为

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 分别为 PMS 的质量矩阵和刚度矩阵; \mathbf{q} 为动力总成质心的 6 自由度位移向量。

求解式(1),可得 PMS 的固有频率 f_j , 以及对应的振型 $\boldsymbol{\varphi}_j = [\varphi_{1j}, \varphi_{2j}, \dots, \varphi_{6j}]^T, j = 1, 2, \dots, 6$ 。

当 PMS 以第 j 阶固有频率振动时,第 k 个方向所占的能量百分比^[16]为

$$ED(k, j) = \frac{\varphi_{kj} \sum_{l=1}^6 (M_{kl} \varphi_{lj})}{\boldsymbol{\varphi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j}, \quad (2)$$

式中 φ_{kj} 表示 $\boldsymbol{\varphi}_j$ 的第 k 个分量。

第 j 阶模态的解耦率定义为

$$d_j = \max\{ED(1, j), ED(2, j), \dots, ED(6, j)\}, \quad (3)$$

当解耦率为 100% 时,系统作第 j 阶振动的能量全部集中在某个方向上,该阶振动完全解耦。

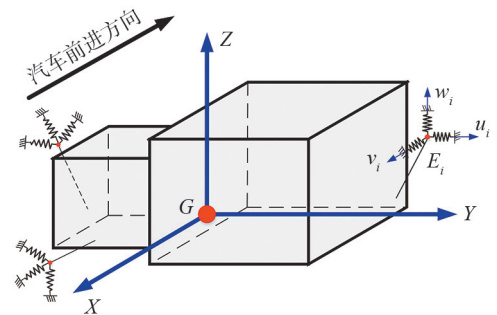


图 1 PMS 6 自由度模型

Fig. 1 Six degree-of-freedom model of PMS

2 MPM 分析

对于实际工程中具有多组不确定性参数的情形,组与组之间的参数相互独立,而组内参数存在相关性。此类情形可采用多维平行六面体模型^[11]描述参数的不确定域。设系统存在 n 个有界不确定性参数 $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_l, \dots, X_n]^T$, X_l 的不确定范围为 $X_l \in [X_l^C - X_l^W, X_l^C + X_l^W]$ ($l = 1, 2, \dots, n$)。其中, X_l^C 和 X_l^W 分别为 X_l 的中心值和区间半径。

对于任意 2 个不确定性参数, X_l 和 X_l ($l, l = 1, 2, \dots, n$), 其不确定域可用平行四边形域包络,如图 2 所示。

定义 X_l 和 X_l 的相关系数为

$$\rho_{X_l, X_l} = \frac{b - a}{b + a} \quad (4)$$

当 $a = b$ 时,即 $\rho_{X_l, X_l} = 0$, X_l 和 X_l 相互独立;当 $a = 0$ 或 $b = 0$ 时,即 $\rho_{X_l, X_l} = 1$, X_l 和 X_l 呈线性正相关。

由 n 个不确定性参数构成的多维平行六面体的数学表达式为

$$|\boldsymbol{\rho}^{-1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^C)| \leq e, \quad (5)$$

式中: $e = [1, 1, \dots, 1]^T$; $\mathbf{R} = \text{diag} (X_1^W, X_2^W, \dots, X_n^W)$; $\mathbf{T} = \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_l, \dots, \omega_n)$, $\omega_l = \frac{1}{\sum_{l=1}^n |\rho(t, l)|}$; $\boldsymbol{\rho}$ 为相关系数矩阵。

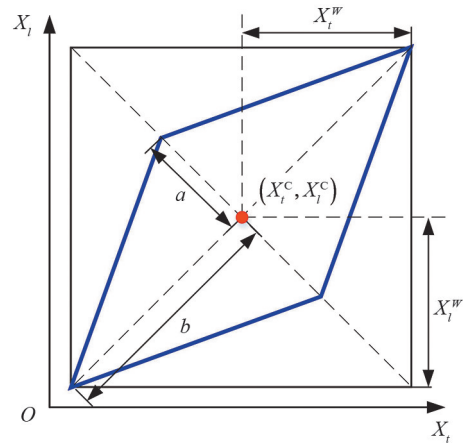
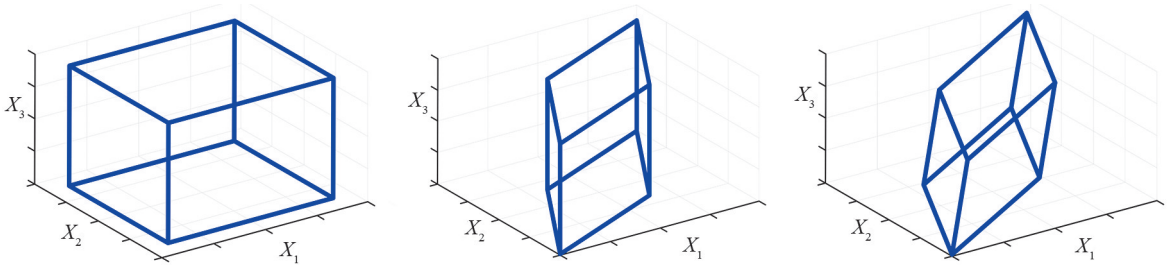


图 2 平行四边形不确定域

Fig. 2 Uncertain domain of parallelogram

在获得不确定性参数样本数据后,可根据以上数学表达式建立 MPM 模型。在式(5)中,当相关系数矩阵 $\boldsymbol{\rho}$ 的所有元素取值为 0 时,对应的 MPM 可描述所有参数相互独立的情形,如图 3 a)所示;当 $\boldsymbol{\rho}$ 部分元素为 0 时,相应的 MPM 可描述参数相关性和独立性共存的情形,如图 3 b)所示;当 $\boldsymbol{\rho}$ 的元素均不为 0 时,对应的 MPM 可用于描述所有参数两两相关的情形,如图 3 c)所示。



a) 参数相互独立的情形

b) 参数相关性和独立性共存的情形

c) 所有参数两两相关的情形

图 3 3 种不同情形下的模型

Fig. 3 Models in three different cases

3 PMS 固有特性的不确定性分析

分别以 $f_j(\mathbf{X})$ 和 $E_j(\mathbf{X})$ 表示 PMS 的固有频率和解耦率 ($j = 1, 2, \dots, 6$)。为便于分析,以下过程用 $Y_j(\mathbf{X})$ 表示 $f_j(\mathbf{X})$ 或 $E_j(\mathbf{X})$ 。

蒙特卡洛法是一种应用广泛的不确定性分析技术。文献[12]给出了基于蒙特卡洛法和 MPM 求解 $Y_j(\mathbf{X})$ 不确定边界的主要步骤,这里不再赘述。为提高计算效率,本文提出 MPM 摄动分析方法。

首先,通过正则化技术将平行六面体模型转换为标准区间模型,如图 4 所示。

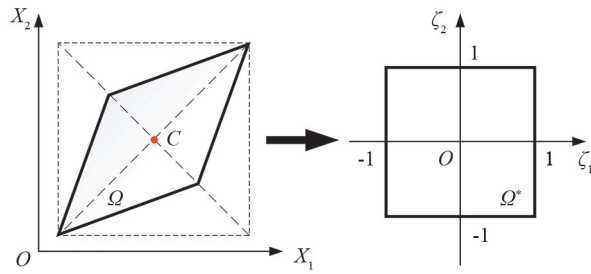


图4 MPM正则化

Fig. 4 Regularization of the MPM

设 $\zeta = \boldsymbol{\rho}^{-1} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{X}^C)$, $\Omega^* = \{\zeta \mid |\zeta_t| \leq e\}$, 其中, $\zeta = [\zeta_1, \dots, \zeta_t, \dots, \zeta_n]^T$, $\zeta_t \in [0, 1]$ ($t = 1, 2, \dots, n$)。响应 $Y_j(\mathbf{X})$ 被变换为 $Y_j^*(\zeta)$, $\zeta \in \Omega^*$ 。

通过正则化处理,相关性参数 \mathbf{X} 的不确定域 Ω 被投射到以原点为中心且半边长度为 1 的标准立方体中,形成变换参数 ζ 的空间域 (Ω^*)。在 Ω^* 中,区间变量 ζ 相互独立。因此,通过正则化变换后的 MPM,可采用目前成熟的区间模型处理方法进行处理。

对 $Y_j^*(\zeta)$ 在中心点处用一阶泰勒展开,即

$$f_j^*(\zeta) = f_j^*(\zeta^C) + \sum_{t=1}^n \frac{\partial f_j^*(\zeta^C)}{\partial \zeta_t} (\zeta_t - \zeta_t^C) \tag{6}$$

由于 $\zeta^C = [0, 0, \dots, 0]^T$ 为 ζ 空间的原点,因此 $Y_j^*(\zeta)$ 可表示为

$$Y_j^*(\zeta) = Y_j^*(0) + \sum_{t=1}^n \frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} \zeta_t \tag{7}$$

偏导函数 $\frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t}$ 可通过以下关于参数 \mathbf{X} 的式子求得:

$$\frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} = \sum_{d=1}^n \frac{\partial Y_j^*(\mathbf{X})}{\partial X_d} \frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t} \Big|_{\zeta=0} \tag{8}$$

由于 PMS 中不确定性参数 X_t 与变换参数 ζ 均为一次多项式的关系,即 $\frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t}$ 为常数。因此, $\frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t}$

还可表示为

$$\frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} = \sum_{d=1}^n \frac{\partial Y_j(\mathbf{X}^C)}{\partial X_d} \frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t} \tag{9}$$

利用中心差分法^[17-18],偏导数 $\frac{\partial Y_j(\mathbf{X}^C)}{\partial X_d}$ 可表示为

$$\frac{\partial Y_j(\mathbf{X}^C)}{\partial X_d} = \frac{Y_j(\mathbf{X}^C + \delta \mathbf{X}_d) - Y_j(\mathbf{X}^C - \delta \mathbf{X}_d)}{2\delta X_d} \tag{10}$$

其中 δX_d 是一个微小增量, $\delta \mathbf{X}_d = [0, \dots, \delta X_d, \dots, 0]^T$ 。

将式(10)代入式(8),得

$$\frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} = \sum_{d=1}^n \frac{Y_j(\mathbf{X}^C + \delta \mathbf{X}_d) - Y_j(\mathbf{X}^C - \delta \mathbf{X}_d)}{2\delta X_d} \frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t} \tag{11}$$

考虑到 $\zeta_t \in [0, 1]$, 响应函数 $Y_j^*(\zeta)$ 的边界范围可分别表示为

$$\bar{Y}_j^*(\zeta) = Y_j^*(0) + \sum_{q=1}^n \left| \frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} \right| = Y_j^*(0) + \sum_{t=1}^n \left| \sum_{d=1}^n \frac{Y_j(\mathbf{X}^C + \delta \mathbf{X}_d) - Y_j(\mathbf{X}^C - \delta \mathbf{X}_d)}{2\delta X_d} \frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t} \right| \tag{12}$$

$$\underline{Y}_j^*(\zeta) = Y_j^*(0) - \sum_{q=1}^n \left| \frac{\partial Y_j^*(0)}{\partial \zeta_t} \right| = Y_j^*(0) - \sum_{t=1}^n \left| \sum_{d=1}^n \frac{Y_j(\mathbf{X}^C + \delta \mathbf{X}_d) - Y_j(\mathbf{X}^C - \delta \mathbf{X}_d)}{2\delta X_d} \frac{\partial X_d}{\partial \zeta_t} \right| \tag{13}$$

式中 $\bar{Y}_j^*(\zeta)$ 和 $\underline{Y}_j^*(\zeta)$ 分别为响应的上边界和下边界。

综合以上分析,可得 MPM 摄动分析法的一般步骤如下。

1)对于系统中 n 个不确定性参数 \mathbf{X} ,根据实验数据分析得到各个参数的边界和中心值。通过建立两两参数的平行四边形域的方式,得到参数间的相关系数。

2)根据 MPM 的相关系数矩阵以及数学解析式,基于参数边界、中心值以及相关系数,建立该样本数据下的 MPM。

3)通过正则化,将具有相关性的不确定变量 \mathbf{X} 变换为独立区间变量 ζ ,将响应函数 $Y_j(\mathbf{X})$ 从多维六面体空间变换到多维标准立方体空间,变换后的响应函数为 $Y_j^*(\zeta)$ 。

4)在中心值处对 $Y_j^*(\zeta)$ 一阶泰勒展开,由式(12)和式(13)得到 $Y_j^*(\zeta)$ 的上下边界,即为 $Y_j(\mathbf{X})$ 在原空间中的上下边界。

4 算例分析

4.1 PMS 模型

以某 4 点横置 PMS 为例^[12],如图 5 所示。表 1 给出了各悬置的初始静刚度。

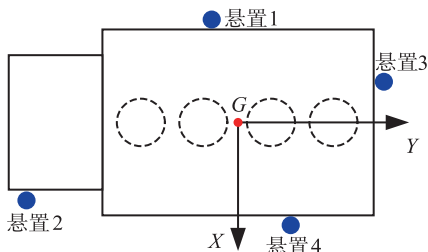


图 5 PMS 分析模型

Fig. 5 Analysis model of a PMS

表 1 悬置静刚度

Tab.1 Static stiffness of each mount

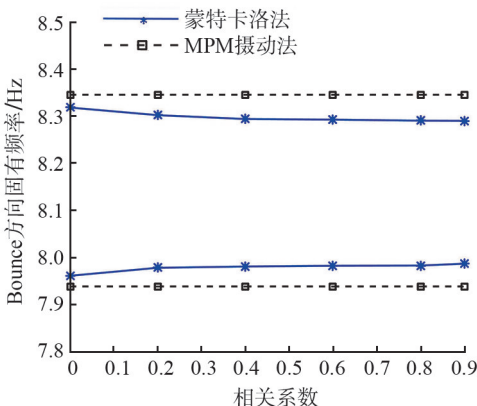
单位: N/mm

悬置点	k_u	k_v	k_w
悬置 1	160	140	160
悬置 2	90	150	180
悬置 2	150	50	80
悬置 3	90	60	130

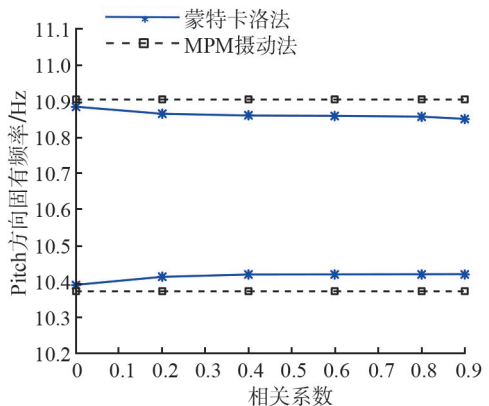
4.2 基于 MPM 的频率及解耦率计算

选择悬置点刚度作为研究对象,考虑同一悬置点三向刚度参数的相关性,且不同悬置的刚度参数相互独立,对 4 个悬置的刚度可建立一个 12 维度的 MPM。表 1 所示为各刚度的区间中点值,假设刚度参数的不确定度为 $\pm 5\%$ 。为便于分析,令各悬置点的三向刚度的相关系数相同,分别研究悬置刚度参数的相关系数为 0,0.2,0.4,0.6,0.8 和 0.9 共 6 种不确定情形,当相关系数为 0 时,MPM 退化为纯区间模型,各参数相互独立。

考虑 2 个主要方向(Bounce 和 Pitch 方向)的固有特性配置^[19-20],以下分析计算只给出 2 个主要方向的响应结果。图 6、图 7 分别给出了不同相关系数下悬置系统 Bounce 和 Pitch 方向固有频率和解耦率的上下界数值。以下将纯区间情形(相关系数为 0)计算得到的结果与其他不同相关系数情形计算出的结果之差的绝对值,称为偏差。



a) Bounce 方向的固有频率



b) Pitch 方向的固有频率

图 6 Bounce 和 Pitch 方向的固有频率

Fig. 6 Natural frequencies in the directions of Bounce and Pitch

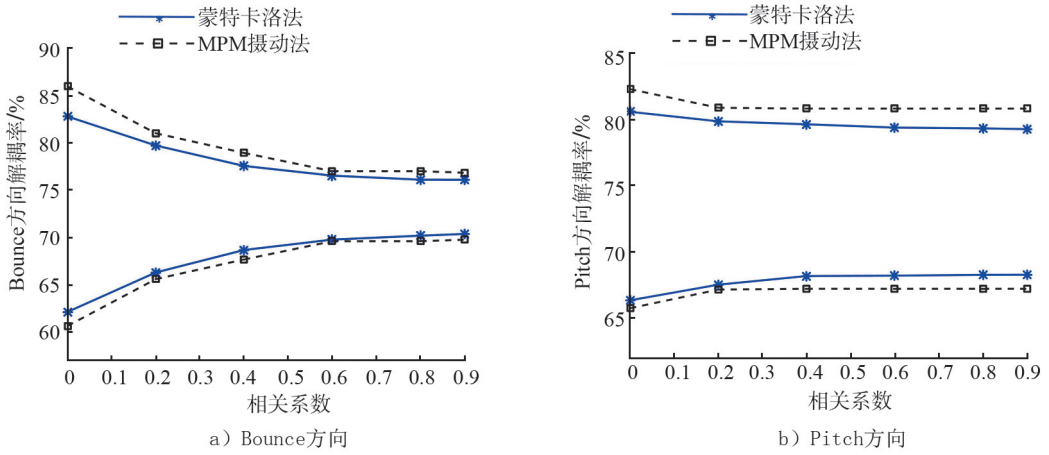


图7 Bounce和Pitch方向的解耦率

Fig.7 Decoupling rates in the directions of Bounce and Pitch

由图6和图7可知:

1)当相关系数为0,即各变量相互独立(退化为纯区间情形)时,系统频率及解耦率的变化范围最大。

2)对于固有频率,考虑参数相关性后,其变化范围缩窄,但相关系数的进一步增大对频率范围的影响不大。①在Bounce方向,参数相关性主要影响频率的下界,与无相关性的结果比较,当参数存在相关性时,下界频率的数值增大,出现了约0.9 Hz的偏差。②在Pitch方向,参数相关性主要影响频率的上界,与无相关性的结果比较,存在约1.4 Hz的偏差。

3)对于解耦率,考虑参数相关性后,其变化范围逐渐缩窄。①在Bounce方向,参数相关性同时影响解耦率的上下界,其偏差随相关系数的增大而增加。与无相关性的结果比较,上界的偏差范围为5%~13%,下界的偏差范围为9%~19%;②在Pitch方向,参数相关性主要影响解耦率的下界,与无相关性的结果比较,偏差范围为13%~17%。

以蒙特卡洛法作为参考方法,分析MPM摄动法的计算精度,以蒙特卡洛法与MPM摄动法的计算结果之差的绝对值作为计算误差,如表2和表3所示。

表2 MPM计算固有频率的计算误差

Tab.2 Calculation errors of natural frequencies by MPM

方向	误差/Hz						
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	
Bounce	上界	0.027	0.043	0.052	0.046	0.055	0.051
	下界	0.023	0.040	0.042	0.048	0.044	0.041
Pitch	上界	0.020	0.050	0.047	0.045	0.048	0.054
	下界	0.018	0.040	0.047	0.047	0.047	0.048

表3 MPM摄动法计算解耦率的计算误差

Tab.3 Calculation errors of decoupling rates by MPM perturbation method

方向	误差/%						
	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	
Bounce	上界	3.162	1.289	1.373	0.470	0.899	0.745
	下界	1.477	0.704	0.998	0.172	0.583	0.606
Pitch	上界	1.706	1.021	1.183	1.433	1.392	1.248
	下界	0.593	0.373	0.961	0.991	1.052	1.012

1)对于PMS固有频率,MPM摄动法在不同相关系数下求得的固有频率均约等于无相关性时的数值。不考虑相关性时两方法误差最小,2个方向上下界误差均约为0.02 Hz。考虑相关性后,由于固有频率随相关系数增大的影响较小,因而2个方向上的计算误差随相关系数变化不大,上下界误差均约为0.05 Hz。

2)对于 PMS 解耦率,Bounce 和 Pitch 方向表现出较大差异。①对于 Bounce 方向,参数无相关性时计算误差最大,上界误差约 3.2%,占参考值的 3.8%,下界约 1.5%,占参考值的 2.8%;而误差随着相关系数增大算法误差有所下降,当相关系数为 0.9 时,上下界误差降至约 0.6%。②对于 Pitch 方向,MPM 摄动法上界误差随相关系数的增加稍有减小的趋势,由 1.7%降至约 1.2%;而下界误差稍有增大,由 0.6%增至约 1.0%。

上述分析均在同一计算机上进行求解,对于某一相关系数情形下的求解,蒙特卡洛法的计算用时约为 6 910.7 s,而 MPM 摄动法用时仅为 2.4 s。因此 MPM 摄动法具有较高的计算效率。

5 结 语

本文针对蒙特卡洛法计算效率较低的问题,提出了一种基于正则化技术、泰勒级数展开和中心差分法的 MPM 摄动法,处理考虑参数不确定性和相关性的汽车动力总成悬置系统固有特性分析问题。分析结果表明,所提出的方法能有效处理悬置系统不确定性参数相关性和独立性共存的情形;在不同的相关系数下,与蒙特卡洛法相比,MPM 摄动法的计算误差在可接受范围内,且具有较高的计算精度,同时运算时间大幅缩减。

本研究不足之处在于当参数不确定性很大时,摄动法可能存在一定的局限性。但总体而言,本文方法可为汽车动力总成悬置系统固有特性的计算和评估提供重要参考,后续将对其运用于系统的优化设计开展进一步研究。

参考文献/References:

- [1] 时培成,陈无畏,高立新.基于蒙特卡罗法的动力总成悬置系统稳健性设计[J].汽车工程,2010,32(8):707-711.
SHI Peicheng, CHEN Wuwei, GAO Lixin. Robustness design of powertrain mount system based on Monte Carlo method[J]. Automotive Engineering, 2010, 32(8): 707-711.
- [2] 包键,成艾国,何智成,等.区间响应面悬置固有频率匹配研究[J].噪声与振动控制,2011,31(2):21-24.
BAO Jian, CHENG Aiguo, HE Zhicheng, et al. Study on natural frequency match in mounting system using interval response method[J]. Noise and Vibration Control, 2011, 31(2): 21-24.
- [3] WU J, SHANGGUAN W B. Robust optimization design method for powertrain mounting systems based on six sigma quality control criteria[J]. International Journal of Automotive Technology, 2010, 11(5): 651-658.
- [4] WU J X. Optimization method for powertrain mounting systems with uncertain parameters[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2012, 226(2): 147-157.
- [5] SIRAFI M, CHANG Y P, QATU M S. Robustness of mount systems for idle NVH, Part I: Centre of gravity (CG) mounts[J]. International Journal of Vehicle Noise and Vibration, 2006, 2(4): 317-333.
- [6] WU J, LIU X D, SHAN Y C, et al. Robustness optimization of engine mounting system based on six sigma and torque roll axis decoupling method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2019, 233(4): 1047-1060.
- [7] XIE Y, ZHANG W, FENG X, et al. Powertrain Mounting System with Uncertainty Using Chebyshev Interval Method[M]. [S.l.]: [s.n.], 2015.
- [8] CAI B H, SHANGGUAN W B, LYU H. An efficient analysis and optimization method for powertrain mounting systems involving interval uncertainty[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2019, 234(5): 1318-1329.
- [9] NI B Y, JIANG C, HUANG Z L. Discussions on non-probabilistic convex modelling for uncertain problems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 59: 54-85.
- [10] 吕辉,杨坤,上官文斌,等.考虑不确定参数相关性的动力总成悬置系统固有特性分析[J].振动工程学报,2020,33(6):1199-1207.
LYU Hui, YANG Kun, SHANGGUAN Wenbin, et al. Inherent characteristics analysis of powertrain mounting systems considering the correlation of uncertain parameters[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(6): 1199-1207.
- [11] NI B Y, JIANG C, HAN X. An improved multidimensional parallelepiped non-probabilistic model for structural uncertainty analysis[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(7/8): 4727-4745.

- [12] 吕辉,杨坤,尹辉,等.基于多维平行六面体模型的动力总成悬置系统固有特性分析[J].汽车工程,2020,42(4):498-504.
LYU Hui,YANG Kun,YIN Hui,et al.Inherent characteristic analysis of powertrain mounting system based on multidimensional paralleliped model[J].Automotive Engineering,2020,42(4):498-504.
- [13] WANG L,CAI Y R,LIU D L.Multiscale reliability-based topology optimization methodology for truss-like microstructures with unknown-but-bounded uncertainties[J].Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,2018,339:358-388.
- [14] 周冠南,蒋伟康,吴海军.基于总传递力最小的发动机悬置系统优化设计[J].振动与冲击,2008(8):56-58.
ZHOU Guanna,JIANG Weikang,WU Haijun.Optimal design of engine mount ststem by minimizing the total force transmission[J].Journal of Vibration and Shock,2008(8):56-58.
- [15] CAI B H,SHANGGUAN W B,LYU H,et al.Hybrid uncertainties-based analysis and optimization design of powertrain mounting systems [J].Science China Technological Sciences,2020,63(5):838-850.
- [16] WU J.A robust optimization for the frequency and decoupling ratio of a powertrain mounting system based on interval analysis[J].International Journal of Automotive Technology,2012,13(3):409-422.
- [17] QIU Z P,MA L H,WANG X J.Unified form for static displacement,dynamic response and natural frequency analysis based on convex models[J].Applied Mathematical Modelling,2009,33(10):3836-3847.
- [18] LYU H,YANG K,HUANG X T,et al.Design optimization of hybrid uncertain structures with fuzzy-boundary interval variables[J].International Journal of Mechanics and Materials in Design,2021,17(1):201-224.
- [19] CAI B H,SHANGGUAN W B,LYU H.An efficient analysis and optimization method for the powertrain mounting system with hybrid random and interval uncertainties[J].Engineering Optimization,2019,52(9):1522-1541.
- [20] XIN F L,QIAN L J,DU H P,et al.Multi-objective robust optimization design for powertrain mount system of electric vehicles[J].Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control,2017,36(3):243-260.

向本期载文的审稿专家致谢

本期《河北科技大学学报》共发表论文 13 篇。这些论文的发表是与有关专家的认真审读、细查资料、推敲分析、中肯评价分不开的。对此,本编辑部特向这些专家表示敬意,对他们的辛勤劳动表示感谢。

本期载文的审稿专家名单如下(按姓名的汉语拼音顺序排列):

卜建清 高承华 贺志荣 何明奕 敬霖 李争
刘滨 刘砥威 刘京雷 刘英 吕辉 罗玉涛
潘道远 秦玉明 石红梅 王海军 杨菁 杨易
湛永钟 张春会 张越 赵晓朋 赵忠英 郑宏宇
周武能 朱玉峻