

一维 Sznajd 舆论拓展模型中噪声因素对演化的影响

田兴玲¹, 刘慕仁²

(1. 运城学院物理与电子工程系, 山西运城 044000; 2. 广西师范大学物理与电子工程学院, 广西桂林 541004)

摘要: 在社会舆论传播过程中, 一些干扰和不确定的因素导致人们的态度改变具有一定的随机性。通过引入新的规则来改进 Sznajd 舆论传播模型, 在新的模型里不再出现终态吸引子, 基于平均场理论近似地对该模型进行了分析和讨论。

关键词: 舆论; 噪声; 平均场

中图分类号: O635 文献标识码: A

Noise-induced evolution of the modified one-dimensional Sznajd consensus model

TIAN Xing-ling¹, LIU Mu-ren²

(1. Department of Physics and Electronic Engineering, Yuncheng University, Yuncheng Shanxi 044000, China; 2. College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi Normal University, Guilin Guangxi 541004, China)

Abstract: In the process of public opinion spreading, the attitudes of people are changed randomly due to some uncertain factors that can disturb and distort the information dissemination contents. Therefore, it is proposed to improve and modify the previous Sznajd Model by introducing some new rules of evolution. The attractor of the final state does not appear any more in the modified model and the problem is approximately discussed with the mean-field theory.

Key words: public opinion; noise; mean-field

近年来基于复杂网络研究疾病灾害, 信息传播等引起了人们广泛的关注^[1-3], 基本 Sznajd 模型是建立在一维规则格子上的舆论演化模型^[4], 对此模型人们已作了大量的研究^[5-8]。该模型的规则是, 每个格子代表一个人, 且假设每个人对待某事物有两种不同的态度: 赞成或反对。由于社会中人与人之间不可能是独立的, 而是有一定人际关系的, 因此人际之间相互影响, 进而使得人员的态度会发生改变。但在基本 Sznajd 模型演化规则中只考虑到了人员态度受左右邻居态度的影响, 而在现实社会的舆论传播过程中, 存在各种干扰、阻碍、扭曲信息传播内容的内在和外在因素, 在一定程度上具有和噪声相似的特点。因此拟采用噪声来描述其对舆论传播的影响。由于噪声的影响, 使得人员在改变态度时存在一定的随机性, 因此需要引入新的规则来对基本 Sznajd 模型进行修改。改进模型的演化规则如下所述:

1) 如果 $S_i * S_{i+1} = 1$, 则左右邻居格子即 S_{i-1} 和 S_{i+2} 取值与 S_i, S_{i+1} 的值保持一致的概率为 p , 取相反值的概率为 $1-p$;

2) 如果 $S_i * S_{i+1} = -1$, 则左右邻居格子即 S_{i-1} 和 S_{i+2} 保持自身值不变的概率为 p , 取值分别与 $S_i,$

收稿日期: 2008-05-21; 修回日期: 2008-09-30; 责任编辑: 王士忠

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10562001)

作者简介: 田兴玲(1979-), 女, 山东临沂人, 硕士研究生, 主要从事复杂网络相关问题的研究。

S_{i+1} 的值一致的概率为 $1 - p_1$;

其中 p_1 的取值与系统受噪声影响的大小有关, 当噪声对系统的演化影响较小时, p_1 的取值较大, 反之, p_1 的取值较小。当 p_1 的值为 1 时, 表示系统不受噪声的影响。

1 计算机模拟的结果和分析

对修改后的模型进行计算机模拟时, 采用周期性边界条件, 且格子状态的更新采用标准的蒙特卡洛方法。在模拟的初始时刻, 让具有不同态度的人员随机均匀地分布在格子上。

1.1 时空演化图

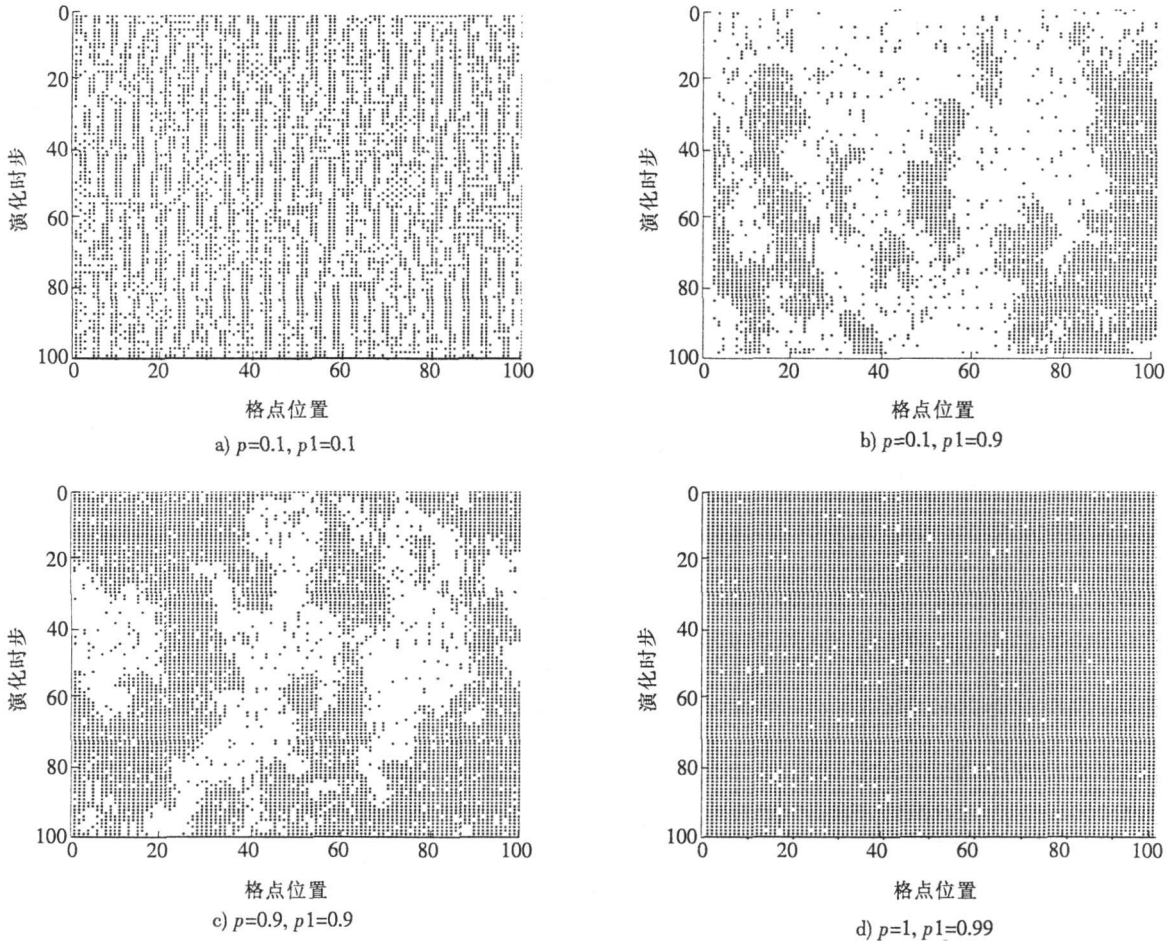


图 1 修改模型的时空图(100 格点 100 时步)

Fig. 1 Pattern in evolution of modified model

图 1 中 p 值表示初始赞成密度, 即 $p = N_1/N$, 其中 N_1 表示初始时刻状态取 1 值的格子数, N 表示系统的大小, p_1 是系统演化过程中格子取值的概率; 图中用黑点表示持赞成态度的格子, 用空白表示持反对态度的格子。对图 1 中各图进行分析比较可知, 初始赞成密度 p 的大小对系统的演化并无大的影响, 但是 p_1 的值对系统演化有较明显的影响。当 p_1 值较大时, 系统演化构型中有类似模拟二维时所得“群岛”形状^[4]的出现, “群岛”由持赞成态度的格子构成。但随着 p_1 值的减小, 即噪声强度的逐渐增大, 这种类似“群岛”的结构被破坏。

同时还可以看到, 无论哪种情况, 系统的演化都不会趋于稳定, 也就是说不会有终态吸引子的出现, 这点可以从图 1 的 d) 中看出: 即使系统的初始状态为一致态, 或者是在某一时步系统达到一致态, 系统在下一时步仍能继续演化且一致态会被破坏, 这是由于存在噪声的缘故, 当然这也是与其他模型的不同之处, 只不过对于系统受噪声的影响较小时, 系统状态的演化不会有太大的波动, 这一点在下面磁化率的模拟中可得到进一步的证明。

1.2 磁化率

为了定量描述系统的演化,定义系统的磁化率^[1]为

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i. \tag{1}$$

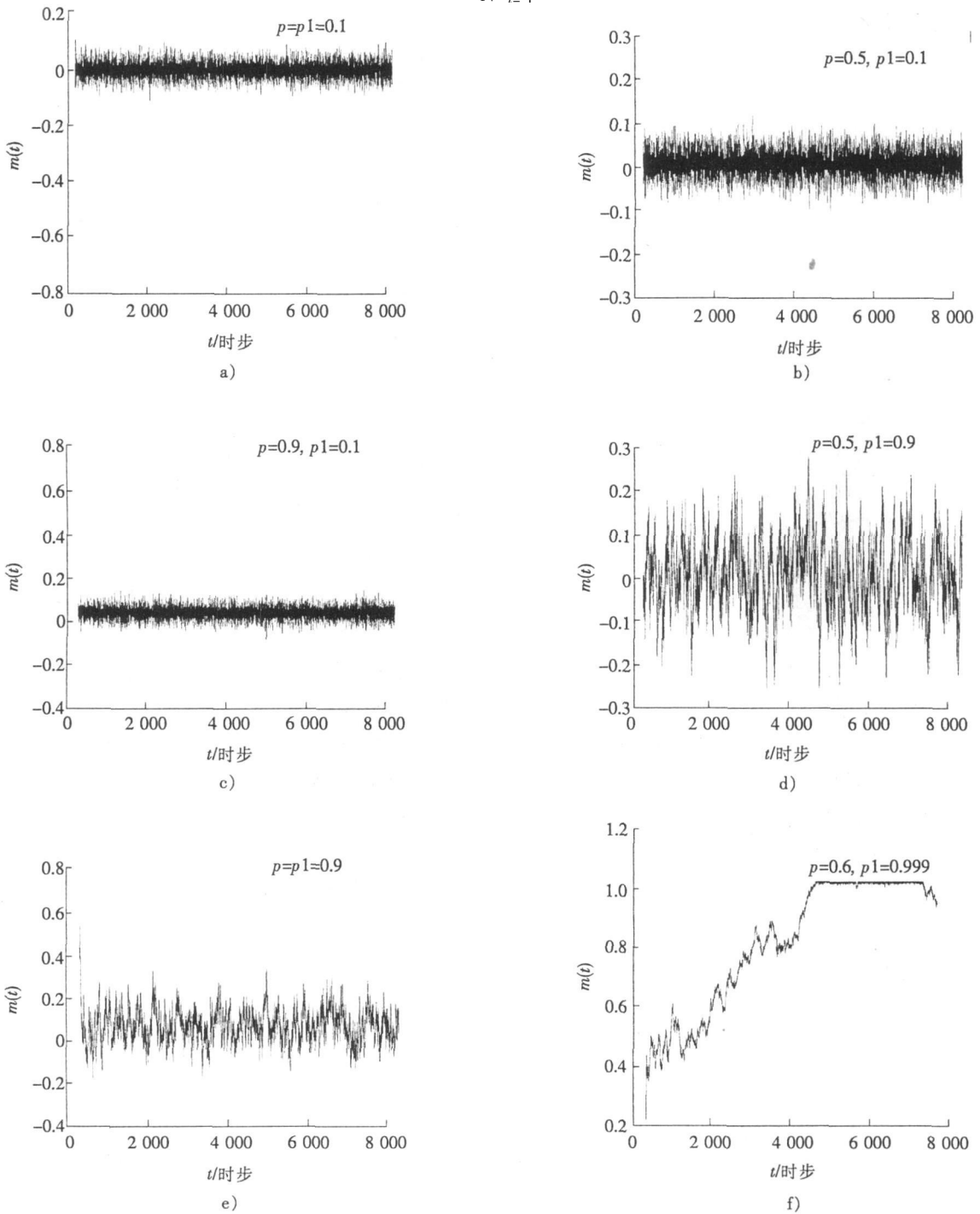


图 2 修改模型的磁化率图(1 000 格点 8 000 时步)

Fig. 2 Pattern of magnetization in modified model

从图 2 可以看到,无论 p 和 p_1 的取值如何,系统磁化率随时间的变化都不会趋于稳定,而是始终围绕一相同的稳定值(0 值)作一定幅度的波动,且当 p_1 的值相同而 p 的值为 0.5 时波动幅度最大,此时的舆论处在一种最不稳定的状态,时而趋向于这种意见,时而又趋向于另一种意见;当 p 具有相同的值时,随着 p_1 值的增大波动幅度也增大。

同时由图 2 中 f) 可知,当 p_1 的值特别大(接近于 1),即系统受噪声的影响非常小时,随着时间的演化,系

统磁化率的波动会越来越小, 趋于一稳定值, 但是不会在这一稳定值上不变, 而是围绕它作一小幅度的波动。这也进一步验证了上面时空图模拟中的分析。当然, 也可说明系统的演化不会达到稳定态, 即不会有终态吸引子的出现。鉴于此, 系统的驰豫时间^[2,3]也就无从谈起。

1.3 关联函数

为了定量描述磁化率的时间关联, 可以定义磁化率时间关联函数^[1]:

$$G(\Delta t) = \frac{\sum (m(t) - \langle m \rangle)(m(t + \Delta t) - \langle m \rangle)}{\sum (m(t) - \langle m \rangle)^2} \quad (2)$$

图 3 给出了修改后模型的磁化率关联函数图, 与基本 Sznajd 模型比较而言, 有很大的差别。

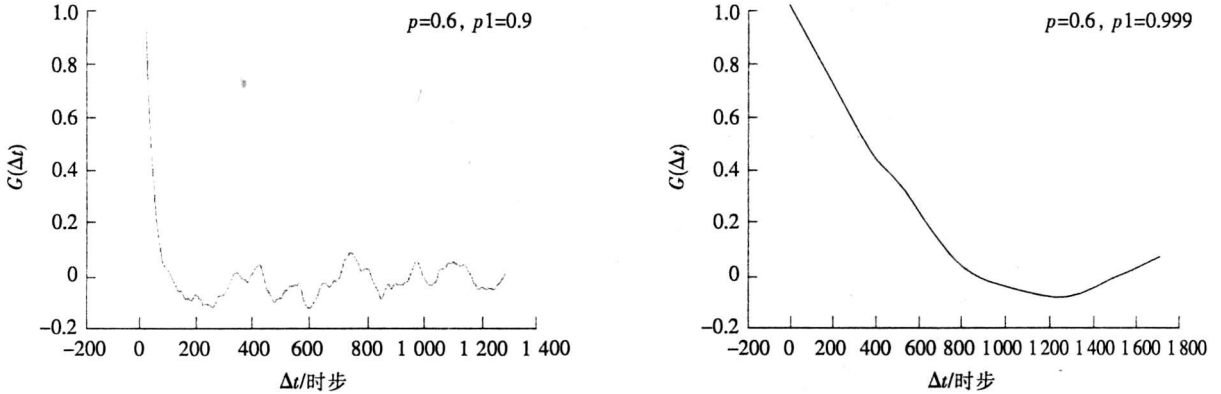


图 3 修改模型的关联函数图(1 000 格点 10 000 时步)

Fig. 3 Pattern of connection function in modified model

在基本 Sznajd 模型中, 因为系统演化一定时间后会达到稳定态, 磁化率随时间的变化会趋于确定值, 所以磁化率关联时间是有一定长度的。而在修改后的模型中, 当系统受噪声的影响较大时, 系统状态的演化变化比较大, 且不会达到稳定态, 因此关联函数始终是围绕一数值(0 值) 作一定幅度的波动, 即磁化率随时间始终是有关联的。而当系统受噪声的影响非常小时, 系统磁化率随时间的演化会趋于一稳定值, 且围绕此稳定值作一特别小幅度的波动, 因此, 关联函数出现图 3 所示的情况。

1.4 决定时间分布

系统中人员改变一次所需要的时间称为决定时间, 它反映了人员态度改变的快慢^[1]。图 4 给出决定时间的分布图。

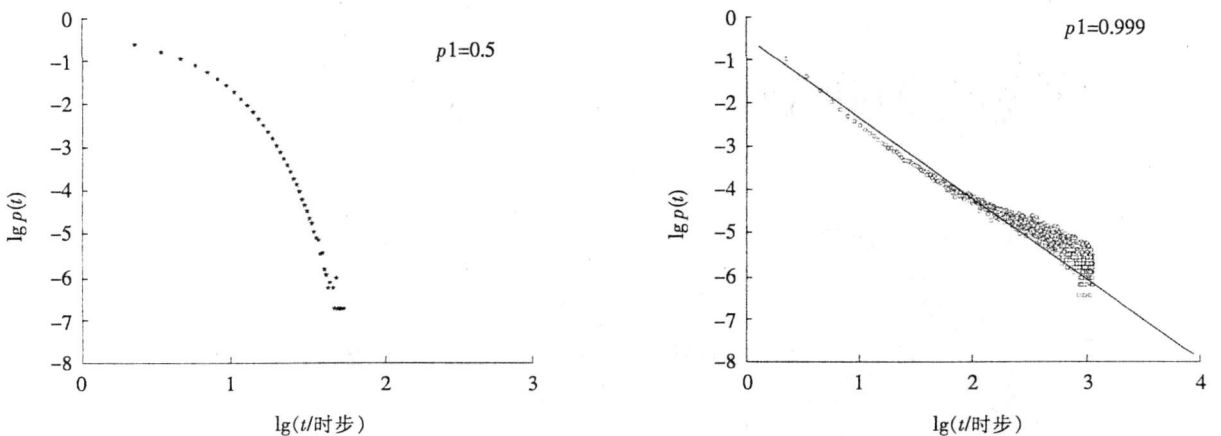


图 4 修改模型的决定时间分布图(100 格点 1 000 时步 200 样本)

Fig. 4 Pattern of distribution $p(t)$ in modified model

从图 4 可以看出, 对修改后的模型, 当系统受噪声的影响较明显时, 决定时间分布不再有幂率行为。而当系统受噪声的影响非常小时, 决定时间分布同标准 HR 模型一样具有幂率行为, 只是 $p(t) \propto t^{-1.5}$ 。

1.5 初始赞成密度对终态赞成密度的影响

假定系统总的格子数目为 N , $N_1(0)$ 为初始时刻系统中取 1 的格子数目, $N_1(t)$ 为终态 t 时刻系统中取 1 的格子数目, 定义:

$$R_1(0) = N_1(0)/N, R_1(t) = N_1(t)/N \tag{3}$$

分别为系统的初始赞成密度和终态赞成密度。

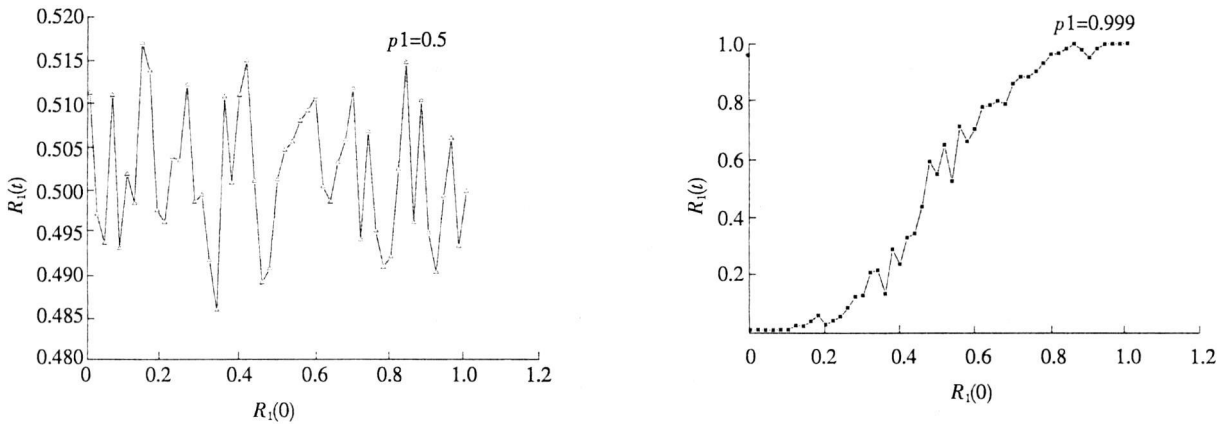


图 5 终态赞成密度与初始赞成密度的关系图(100 格点 1 000 时步 500 样本)

Fig. 5 Relational pattern of final and beginning approval density

从图 5 可看出, 当系统受噪声的影响较明显时, 终态赞成密度随初始赞成密度的变化波动很大, 且无规律而言。而当噪声对系统的演化非常小时, 终态赞成密度随初始赞成密度的变化比较平稳, 且当初始赞成密度较大或较小时, 终态赞成密度都会趋于值 1 或值 0。

1.6 初始赞成密度对终态赞成密度影响的平均场分析⁹⁻¹¹⁾

有关初始赞成密度对终态赞成密度的影响, 可对其作平均场分析。首先, 在平均场的近似下从系统中任意抽取 4 个自旋, 或者它可以是随机选择的连续局域构型 $S_{i-1}, S_i, S_{i+1}, S_{i+2}$, 然后, 根据修改后模型的规则更新 S_{i-1}, S_{i+2} 的状态, 如此循环。根据规则, 可发现 16 种构型均会导致系统自旋发生变化, 局域构型及其相应的概率列于表 1 中(表中 p_1 与 q_1 的关系为 $q_1 = 1 - p_1$)。

表 1 局域构型及其概率

Tab.1 Topic region model and its probability

$S_{i-1}S_iS_{i+1}S_{i+2}$	局域构型概率	更新后的构型及其更新概率
+ 1+ 1+ 1+ 1	$p_0 = C_n^4 C_{N-n}^0 / C_N^4$	+ 1+ 1+ 1+ 1 $p_0 p_1$ - 1+ 1+ 1- 1 $p_0 q_1$
+ 1+ 1+ 1- 1	$p_1 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1+ 1+ 1+ 1 $p_1 p_1$ - 1+ 1+ 1- 1 $p_1 q_1$
+ 1+ 1- 1- 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1+ 1- 1- 1 $p_2 p_1$ + 1+ 1- 1- 1 $p_2 q_1$
+ 1- 1- 1- 1	$p_3 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1- 1- 1- 1 $p_3 p_1$ + 1- 1- 1+ 1 $p_3 q_1$
- 1+ 1+ 1+ 1	$p_1 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1+ 1+ 1+ 1 $p_1 p_1$ - 1+ 1+ 1- 1 $p_1 q_1$
- 1+ 1+ 1- 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1+ 1+ 1+ 1 $p_2 p_1$ - 1+ 1+ 1- 1 $p_2 q_1$
- 1+ 1- 1- 1	$p_3 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1+ 1- 1- 1 $p_3 p_1$ + 1+ 1- 1- 1 $p_3 q_1$
- 1- 1- 1- 1	$p_4 = C_n^4 C_{N-n}^0 / C_N^4$	- 1- 1- 1- 1 $p_4 - p_1$ + 1- 1- 1+ 1 $p_4 q_1$
+ 1- 1+ 1- 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1- 1+ 1- 1 $p_2 p_1$ - 1- 1+ 1+ 1 $p_2 q_1$
+ 1- 1- 1+ 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1- 1- 1- 1 $p_2 p_1$ + 1- 1- 1+ 1 $p_2 q_1$
+ 1- 1+ 1+ 1	$p_1 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1- 1+ 1+ 1 $p_1 p_1$ - 1- 1+ 1+ 1 $p_1 q_1$
+ 1+ 1- 1+ 1	$p_1 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	+ 1+ 1- 1+ 1 $p_1 p_1$ + 1+ 1- 1- 1 $p_1 q_1$
- 1- 1- 1+ 1	$p_3 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1- 1- 1- 1 $p_3 p_1$ + 1- 1- 1+ 1 $p_3 q_1$
- 1- 1+ 1+ 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1- 1+ 1+ 1 $p_2 p_1$ - 1- 1+ 1+ 1 $p_2 q_1$
- 1+ 1- 1+ 1	$p_2 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1+ 1- 1+ 1 $p_2 p_1$ + 1+ 1- 1- 1 $p_2 q_1$
- 1- 1+ 1- 1	$p_3 = 1/C_3^4 \times C_n^2 C_{N-n}^2 / C_N^4$	- 1- 1+ 1- 1 $p_3 p_1$ - 1- 1+ 1+ 1 $p_3 q_1$

显然, 这些构型按规则演化后, 以 $4p_1q_1 + 2p_3p_1$ 的概率导致系统中的 $n \rightarrow n-1$, 以 $2p_1p_1 + 4p_3q_1$ 的概率导致系统中的 $n \rightarrow n+1$, 以 $p_0q_1 + p_2p_1$ 的概率导致系统中的 $n \rightarrow n-2$, 以 $p_2p_1 + p_4q_1$ 的概率导致系统中的 $n \rightarrow n+2$ 。

考虑热力学极限, 当 $N \rightarrow \infty$, $x = n/N$ 为有限值, 可以得到:

$$p_1 = x^3(1-x), p_2 = x^2(1-x)^2, p_3 = x(1-x)^3, p_0 = x^4, p_4 = (1-x)^4。$$

前面已定义系统磁化率为 $m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i$, 对此式可作进一步处理:

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i = \frac{1}{N} [n - (N-n)] = \frac{2n-N}{N} = 2\frac{n}{N} - 1 = 2x - 1, \text{ 即 } m = 2x - 1。$$

在热力学极限下, 平均磁化率遵守变化率方程。如果上表中列出的局域构型被选中, 则按规则更新后, 将导致平均磁化率发生改变, 磁化率的变化率的方程为

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{2}{N} [(2p_1p_1 + 4p_3q_1) - (4p_1q_1 + 2p_3p_1)] + \frac{4}{N} [(p_2p_1 + p_4q_1) - (p_0q_1 + p_2p_1)] = \\ &= \frac{4}{N} [(3x^2 - 2x^3 + x - 1)p_1 - 2x + 1] = \frac{4m}{N} \left[\frac{5-m^2}{4} p_1 - 1 \right]。 \end{aligned} \quad (4)$$

这个方程在 $N \rightarrow \infty$ 的极限下, 可用于准确地描述平均磁化率 m 的时间演化过程, 其解为

$$m(t) = \pm (5p_1 - 4)^{1/2} p_1^{-1/2} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{5p_1 - 4}{m^2(0)} \right] e^{\frac{2+5p_1}{N} t} \right\}^{-1/2}。 \quad (5)$$

当长时间的演化后, $m(t)$ 的值并不会趋于稳定值, 这说明, $t \rightarrow \infty$ 时, 系统不会趋于一致意见, 即系统没有终态吸引子的出现。这与前面计算机模拟的结果是一致的。

2 结 论

本文考虑到在现实社会的舆论传播过程中, 存在各种干扰、阻碍、扭曲信息传播内容的内在和外在的因素(称之为噪声), 使得人员在改变态度时存在一定的随机性, 因此对基本 Sznajd 模型作了拓展。拓展后模型的模拟中不再有终态吸引子的出现, 也不再考虑驰豫问题, 关联函数图像以及决定时间的分布也有所改变, 并且在平均场近似下的进一步分析结果和计算机模拟结果是一致的。

参考文献:

- [1] 翁文国, 倪顺江, 申世飞, 等. 复杂网络上灾害蔓延动力学研究[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 1 938-1 943.
- [2] 许丹, 李翔, 汪小帆. 复杂网络病毒传播的局域控制研究[J]. 物理学报, 2007, 56(3): 1 313-1 317.
- [3] 吴晔, 肖井华, 吴智远, 等. 手机短信网络的生长过程研究[J]. 物理学报, 2007, 56(4): 2 037-2 041.
- [4] SZNAJD W K, SZNAJD J. Opinion evolution in closed community[J]. International Journal of Modern Physics C, 2000, 11(6): 1 157-1 165.
- [5] STAUFFER D, SOUSA A O, de OLIVEIRA S M. Generalization to square lattice of Sznajd sociophysics model[J]. International Journal of Modern Physics C, 2000, 11(6): 1 239-1 245.
- [6] BEHERA L, SCHWEITZER F. On spatial consensus formation: Is the Sznajd model different from a voter model[J]. International Journal of Modern Physics C, 2003, 14(10): 1 331-1 354.
- [7] 涂育松, 孔令江, 刘慕仁, 等. 一维 Sznajd 舆论模型相变的研究[J]. 广西师范大学学报(自然科学版), 2005, 23(3): 5-8.
- [8] SABATELLI L, RICHMOND P. Non-monotonic spontaneous magnetization in a sznajd-like consensus model[J]. Physica A, 2004, 334: 274-280.
- [9] KRAPIVSKY P L, REDNER S. Dynamics of majority rule in two-state interacting spin systems[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(23): 8 701-8 704.
- [10] MOBILIA M, REDNER S M. Majority versus minority dynamics: Phase transition in an interacting two-state spin system[J]. Phys Rev E, 2003, 68(4): 6 106-6 116.
- [11] NEWMAN M E J, MOORE C, WATTS D J. Mean-field solution of the small-world network model[J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(14): 3 201-3 204.