

无序杂质、磁场对“三明治”式 二维系统电导的影响

刘 龙,白志明

(河北科技大学理学院,河北石家庄 050018)

摘 要:为研究二维电子系统中电子输运的问题及在磁场作用下二维无序杂质系统电导的物理性质,通过运用格林函数以及散射矩阵理论的方法,在格点模型的基础上,对“三明治”式二维电子系统电导的量子化现象进行了分析。导线与散射体的接触减小了系统的电导,削减了电导量子台阶现象,使得系统的电导随着导线与介质间耦合的变小而降低;当系统受到外磁场作用时,系统电导的变化随着磁场的变化表现出周期性震荡行为,这种震荡变化的剧烈程度与电子的能量有关;受杂质散射的影响,系统电导随无序杂质浓度的增大而减小,在某些特殊掺杂的浓度下,对于一些特殊的电子能量,系统的电导可以达到理想情况下的阶梯值。研究成果对于“三明治”式二维电子系统电导的进一步研究具有借鉴意义。

关键词:电磁场理论;电导量子化;格点模型;无序杂质掺杂;磁场;格林函数

中图分类号:O469 **文献标志码:**A

Influence of disorder and magnetic field on conductance of “sandwich” type two dimensional system

LIU Long, BAI Zhiming

(School of Science, Hebei University of Science and Technology, Shijiazhuang, Hebei 050018, China)

Abstract: In order to discuss the transport phenomena and the physical properties of the doping of the disorder system under magnetic field, the electron transport in a two-dimensional system is studied by using Green function and scattering matrix theory. Base on the two-dimensional lattice model, the phenomenon of quantized conductance of the "sandwich" type electronic system is analyzed. The contact between the lead and the scatterer reduce the system's conductance, and whittle down the quantum conductance stair-stepping phenomenon; when an external magnetic field acts on to the system, the conductance presents a periodicity oscillation with the magnetic field. The intensity of this oscillation is related to the energy of the electron; with the increase of the impurity concentration, the conductance decreases. In some special doping concentration, the conductance of the system can reach the ideal step value corresponding to some special electron energy. The result could provide reference for further study of the conductance of the "sandwich" type two dimensional system.

Keywords: electromagnetic field theory; conductance quantization; lattice model; disorder doping; magnetic field; Green function

收稿日期:2016-10-08;修回日期:2017-02-10;责任编辑:张 军

第一作者简介:刘 龙(1990—),男,河北石家庄人,硕士研究生,主要从事量子输运方面的研究。

通信作者:白志明教授。E-mail:baizhiming@hebust.edu.cn

刘 龙,白志明.无序杂质、磁场对“三明治”式二维系统电导的影响[J].河北科技大学学报,2017,38(2):151-157.

LIU Long, BAI Zhiming. Influence of disorder and magnetic field on conductance of “sandwich” type two dimensional system[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2017, 38(2): 151-157.

电子输运是凝聚态物理学中的一个研究热点^[1-2],越来越引起人们的研究兴趣与关注。经典玻尔兹曼方程是宏观系统电子输运问题的研究方法^[3-5],但随着微加工技术的进步,电子器件尺寸变得越来越小,人们已经能够制备出达到介观尺寸的量子器件。电子的费米波长一般为 $50 \sim 100 \text{ \AA}$,对于宏观系统下的器件来说太小了,在输运过程的同时,电子不断与晶格、杂质、缺陷等发生碰撞^[6-7]。这种碰撞有弹性的,也有非弹性的。其中,非弹性碰撞效应使电子丧失其“相位记忆”^[8]。因此,输运过程中电子的波动性与相干性在非弹性碰撞下得不到保持,仅仅使得电子的粒子性在输运过程中体现出来,这对于具有波粒二象性的电子来说,显然是具有局限性的。随着器件尺寸大小的变化,与电子波长相比较时,电子的输运过程是弹道式的,电子几乎不发生非弹性散射^[9-11],这时电子的粒子性与波动相干性可以得到充分展现。

谢月娥等^[12]和 ANDO^[13]分别运用 Landauer 理论,对两端口介观系统进行分析研究,对系统中的电子弹道输运给出表达式。1957年, Landauer 基于两端口介观系统^[12-13],研究了电子弹道输运,给出了系统的电导公式,称为 Landauer 理论。紧束缚近似理论、格林函数法等都是用来研究计算介观体系的常用方法^[2,14-16],人们对介观器件中的量子输运现象做了大量的研究工作,利用这些研究方法揭示了系统电子输运的物理性质。电导量子化是电子输运现象中重要性质之一,人们已在实验现象中观察到^[17-20],并在理论上,给出了充分的研究。研究发现,由于 Landauer 效应,磁场对电子的作用增强了系统电导的量子效应^[21]。

本文研究了“三明治”式二维体系中,中间接触区域在受到磁场作用下,以及存在无序杂质的情况下,系统的电导量子化性质。

1 二维系统模型及其电子波函数

考虑一个晶格常数为 a 的点阵二维理想系统,如图 1 所示,水平方向上(定义为 x 方向)的列指标用 j 表示。垂直方向上(定义为 y 方向)的行指标用 l 表示,并假设二维系统划分了 m 行。因此任一格点表示为 (l, j) 。仅考虑紧邻相互作用,相邻格点的跃迁积分设为 t 。每个格点上的格点能表示为

$$\langle l, j | \mathbf{H} | l, j \rangle = v_{l,j} - 4t,$$

其中 $v_{l,j}$ 表示格点上原子或杂质在 (l, j) 格点引起的势能部分,其对电子的散射为弹性散射。在二次量子化的表示下,系统的哈密顿量表示为

$$\mathbf{H} = \sum_{l,j}^{m,n} [\langle l, j | \mathbf{H} | l, j \rangle \hat{d}_{l,j}^\dagger \hat{d}_{l,j} + (\langle l+1, j | \mathbf{H} | l, j \rangle \hat{d}_{l+1,j}^\dagger \hat{d}_{l,j} + \langle l, j | \mathbf{H} | l, j+1 \rangle \hat{d}_{l,j+1}^\dagger \hat{d}_{l,j} + h.c.)],$$

其中 $\hat{d}_{l,j}^\dagger$ ($\hat{d}_{l,j}$) 为 (l, j) 格点上的产生(湮灭)算符。假设系统的波函数为 $\Psi = \sum_{j=1}^n c_{l,j} \hat{d}_{l,j}^\dagger |00\rangle$, 其中 $c_{l,j}$ 为格点 (l, j) 粒子出现的几率,则有

$$(\mathbf{H}_0 - E)\vec{\mathbf{C}}_j + \mathbf{P}\vec{\mathbf{C}}_{j-1} + \mathbf{P}^*\vec{\mathbf{C}}_{j+1} = 0, \tag{1}$$

其中 $\vec{\mathbf{C}}_j = (c_{1,j}, c_{2,j}, \dots, c_{m,j})$, 用来表示第 j 列 m 个格点上的电子出现的几率; \mathbf{P} 则作为该列上格点耦合的 $m \times m$ 方阵,可以表示为

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & t & 0 & \cdots & 0 \\ t & 0 & t & \cdots & 0 \\ 0 & t & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

此时,系统哈密顿量的矩阵表示如下:

$$\mathbf{H}_0 = \begin{pmatrix} v_{11} - 4t & t & 0 & \cdots & 0 \\ t & v_{22} - 4t & t & \cdots & 0 \\ 0 & t & v_{33} - 4t & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & v_{mm} - 4t \end{pmatrix},$$

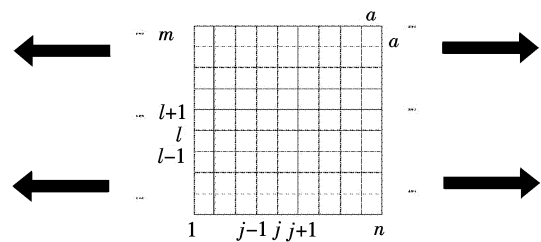


图 1 晶格常数为 a 的点阵二维理想系统
Fig. 1 Two-dimensional ideal lattice system with lattice constant of a

为了得出式(1)的线性无关解,设

$$\vec{C}_j = \lambda^j \vec{C}_0, \quad (2)$$

其中 λ 为与入射能量 E 有关的待定系数。

联立方程可得:

$$\begin{bmatrix} t^{-1}P(E - H_0) - \lambda & -P^2 \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \vec{C}_j \\ \vec{C}_{j-1} \end{pmatrix} = 0. \quad (3)$$

电子波函数在列上的数值关系满足等式 $\lambda \vec{C}_{j-1} = \vec{C}_j$ 。通过对式(3)的分析可知,对于一个给定的电子能量 E ,为使电子波函数具有非平庸解,式(3)应当对应有 $2m$ 个 λ 值,并且对于每一个 λ 值,存在一个电子波函数解 $(\vec{c}_j^T \ \vec{c}_{j-1}^T)^T$ 。假设系统在一个磁场强度为 B 的情况下,选择 $\lambda = \exp(ika + i\pi Bm)$,可以获得 $2m$ 个波矢 k 。分析显示,这 $2m$ 个波矢 k ,有 m 个沿 x 轴向左传播的波 $(\vec{c}_j^T(-) \ \vec{c}_{j-1}^T(-))^T$ 和 m 个沿 x 轴向右传播的波 $(\vec{c}_j^T(+) \ \vec{c}_{j-1}^T(+))^T$ (包括以指数方式的衰减波)。电子在系统中的波函数表示为这 $2m$ 个波函数的线性叠加。

考虑到系统的平移不变性,设 $j = 0$ 列上向左与向右电子的波函数分别为 $\vec{u}(\pm) = (\vec{c}_j(1, \pm), \vec{c}_j(2, \pm), \dots, \vec{c}_j(m, \pm))$,其相应的本征值为 $(\lambda(1, \pm), \lambda(2, \pm), \dots, \lambda(m, \pm))$ 。值得说明的是 $\vec{u}(\pm)$ 为 2 个 $m \times m$ 的矩阵。定义

$$\mathbf{A}_{\pm} = \begin{pmatrix} \lambda_1(\pm) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2(\pm) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_m(\pm) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

因此,电子在 $j = 0$ 列上向左或向右的波函数可写为 $\vec{c}_0(\pm) = \vec{u}(\pm) \cdot \vec{a}_{\pm}$,其中 $\vec{a}_{\pm}^T = (\vec{a}_{1\pm}, \vec{a}_{2\pm}, \dots, \vec{a}_{m\pm})$ 为电子在 $j = 0$ 列向左或向右的波函数。由于有关系式 $\lambda \vec{C}_{j-1} = \vec{C}_j$,则对于第 j 列上,电子向左或向右的波函数为 $\vec{C}_j(\pm) = \vec{u}(\pm) \mathbf{A}_{\pm}^j \cdot \vec{a}_{\pm}$ 。不同两列上的向左或向右的电子波函数为

$$\vec{C}_j(\pm) = \mathbf{F}_{\pm}^j \vec{C}_j(\pm), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{F}_{\pm} = \mathbf{u}(\pm) \mathbf{A}(\pm) \mathbf{u}^{-1}(\pm)$ 。因此电子在第 j 列上的电子波函数可表示为

$$\vec{C}_j = \vec{C}_j(+) + \vec{C}_j(-) = \sum_{i=\pm} \vec{u}(i) \mathbf{A}_{\pm}^j \cdot \vec{a}_{\pm}, \quad (6)$$

式(6)中的叠加系数 \vec{a}_{\pm} 由边界条件确定。

2 输运过程中的散射

考虑一个划分为 $n \times m$ 个格点的长方形散射体 S 连接到 2 个半无限长的二维理想导线,如图 2 所示。左边导线 L 的第 $j = 0$ 列与散射体 S 的第 $j = 1$ 列具有电子迁移关系,其相邻两列之间的耦合表示 t_L ;右边导线 R 的第 $j = n + 1$ 列与散射体 S 的第 $j = n$ 列具有电子迁移关系,其相邻两列之间的耦合表示 t_R 。系统的密顿量为 $\mathbf{H}^T = \mathbf{H} + \mathbf{H}_L + \mathbf{H}_R$ 。电子从左边导线 L 入射,经散射体 S 散射,电子以一定的概率透射到右端导线。

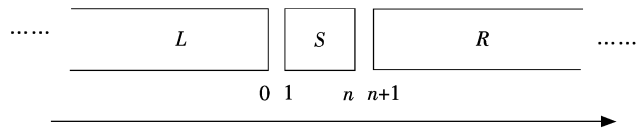


图 2 电子输运系统
S 为中介质;L 为左端导线;R 为右端导线;
图中箭头的方向即电子运输的方向。

图 2 电子输运系统

Fig. 2 Electron transport system

在左端二维导线上,电子存在入射(向右)波与反射(向左)波,因此在 $j = 0$ 列,电子波函数可表示为

$$\vec{C}_0 = \vec{C}_0(+) + \vec{C}_0(-),$$

由式(5),电子在左导线列 $j = -1$,表示为

$$\vec{C}_{-1} = \vec{C}_{-1}(+) + \vec{C}_{-1}(-) = \mathbf{F}^{-1} \vec{C}_0 + [\mathbf{F}_+^{-1} - \mathbf{F}^{-1}] \vec{C}_0(+), \quad (7)$$

电子在 $j = -1$ 列上出现的概率用在 $j = 0$ 列上电子的波函数以及向右运动的波函数表示出来。将式(7)带入运动方程(1),有

$$(\bar{H}_0 - E) \vec{C}_0 + tP^* \vec{C}_{-1} = -t_L P [\mathbf{F}_+^{-1} - \mathbf{F}^{-1}] \vec{C}_0(+), \quad (8)$$

其中 $\bar{H}_0 = H_0 + tP\mathbf{F}^{-1}$ 。

同理,对于散射体 S 与右边导线 R 的连接,由于在右边导线上,电子传播过程仅存在透射波,并不存在反

射波。因此在右端导线有 $\vec{C}_j = \vec{C}_j(+)$, 第 $j = n + 2$ 列上的透射波为

$$\vec{C}_{n+2} = F_+ \vec{C}_{n+1},$$

因此,在散射体 S 与右端导线 R 上的电子运动方程为

$$(\bar{H}_{n+1} - E)\vec{C}_{n+1} + t_R \mathbf{P} \vec{C}_n = 0, \tag{9}$$

其中 $\bar{H}_{n+1} = H_{n+1} + t\mathbf{P}^* F_+$ 。这样,系统问题全部归结为由式(1)、式(8)和式(9)决定。左右导线的作用,通过 \bar{H}_0 与 \bar{H}_{n+1} 体现出来。

假设一磁场 \mathbf{H} 沿 z 轴垂直于二维系统作用,按照 Peierls 理论,该磁场的作用表现在转移常数上增加了一个 Peierls 相因子。选择合适的电磁场规范条件,近邻格点间的转移常数可表示为

$$\langle l, j | \mathbf{H} | l + 1, j \rangle = t \exp(i2\pi j \frac{\phi}{\phi_0}), \quad \langle l, j | \mathbf{H} | l, j + 1 \rangle = t,$$

其中 $\phi = \mathbf{H}a^2$ 是穿过晶胞的磁通, $\phi_0 = ch/e$ 是量子磁通。这样,系统的哈密顿量可写为

$$\bar{H} = \begin{pmatrix} \tilde{H}_0 & t_L \mathbf{P}^* & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ t_L \mathbf{P} & H_1 & t\bar{\mathbf{P}}^* & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t\bar{\mathbf{P}} & H_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & H_{n-1} & t\bar{\mathbf{P}}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & t\bar{\mathbf{P}} & H_n & t_R \mathbf{P}^* \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & t_R \mathbf{P} & \tilde{H}_{n+1} \end{pmatrix},$$

其中 H_j 为中间散射体区域的哈密顿量,在散射体存在杂质时,需要修正的是 $v_{l,j}$ 。此时,中间散射体区域中格点的耦合矩阵 $\bar{\mathbf{P}}$ 表示为

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{t} & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{t} & 0 & \bar{t} & \cdots & 0 \\ 0 & \bar{t} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$

其中,紧邻格点间耦合表示为

$$\bar{t} = t \exp(i2\pi j \frac{\phi}{\phi_0}),$$

散射体区域中紧邻格点间耦合 $\bar{\mathbf{P}}$ 的矩阵形式代表在散射区存在着磁场作用。这样运动方程式(1)、式(8)和式(9)可统一写为

$$(E - \bar{H}) \begin{pmatrix} \vec{C}_0 \\ \vec{C}_1 \\ \vdots \\ \vec{C}_n \\ \vec{C}_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

其中 $\mathbf{Q} = t_L \mathbf{P} [F_+^{-1} - F_-^{-1}] \vec{C}_0(+)$ 。值得注意的是 $\vec{C}_i (i = 0, 1, 2, \dots, n + 1)$ 是系统第 i 列上 m 个格点的 $1 \times m$ 列矢量, \bar{H} 为 $(n + 2)m \times (n + 2)m$ 方阵, \mathbf{Q} 为 $1 \times m$ 阶。由于系统的格林函数为

$$\mathbf{G} = \frac{1}{E - \bar{H}}. \tag{10}$$

可以看出,格林函数也是 $(n + 2)m \times (n + 2)m$ 阶方阵。因此透射端电子的波函数为

$$\vec{C}_{n+1} = t_L \mathbf{G}_{n+1,0} \mathbf{P} [F_+^{-1} - F_-^{-1}] \vec{C}_0(+), \tag{11}$$

其中 $\mathbf{G}_{n+1,0} = (n + 1 | \mathbf{G} | 0)$ 为 $m \times m$ 阶矩阵。因此,系统的电导 \mathbf{G} 可表示为 $g = \frac{2e^2}{h} \sum_{l'} |t_{l'}|^2$, 其中 $t_{l'}$ 表示多道系统中任意一条入射道 l (电子入射速度为 V_l) 经散射体散射到第 l' 出射道 (电子出射速度为 $V_{l'}$) 的透射系数。考虑到式(7),透射系数表示为

$$t_{l'} = \left(\frac{V_l}{V_{l'}} \right) \mathbf{T}_{l'}, \tag{12}$$

其中 $m \times m$ 阶矩阵定义为 $T = t_L \mathbf{u}^{-1}(+) \mathbf{G}_{n+1,0} \mathbf{P}[\mathbf{F}_+^{-1} - \mathbf{F}^{-1}] \mathbf{u}(+)$ 。

3 数值结果与分析

选取 $m=10, n=20$, 对系统电导进行数值分析。零温下, 图 3 给出了在没有磁场作用 ($\phi=0$), 无杂质掺杂, 在不同的散射体与导线耦合的条件下, 系统电导与电子费米能的变换关系曲线。选择格点跃迁积分 t 为能量单位, 电导以 $g_0 = \frac{2e^2}{h}$ 为单位。

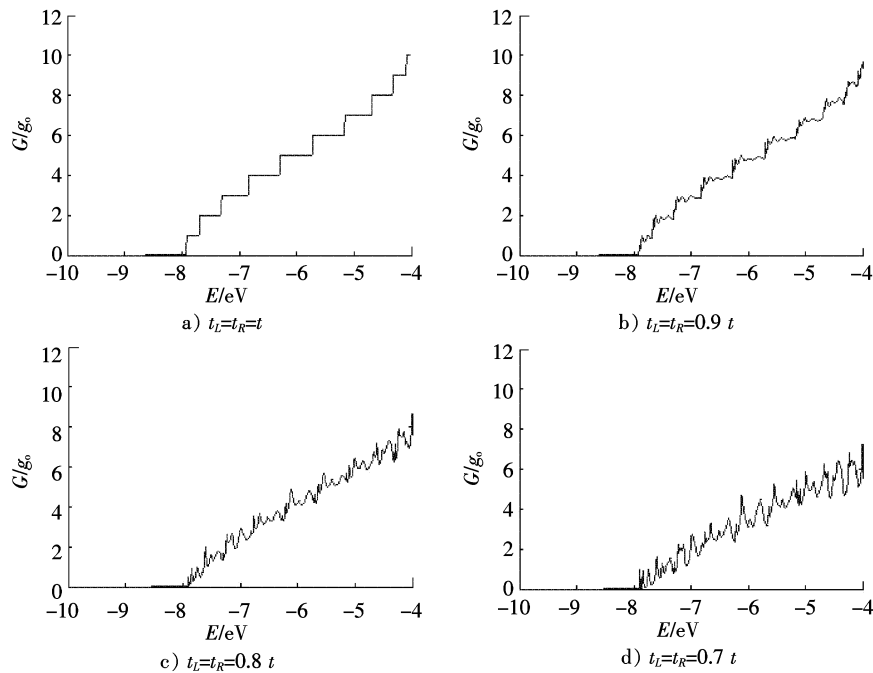


图 3 两端导线与散射区域不同耦合系数下的系统电导与电子入射能量关系曲线

Fig. 3 Relationship curve of the system conductance and the incident electron energy with different coupling coefficients

图 3 a) 显示, 当 $t = t_L = t_R$ 时, 即系统为一理想的无限长直二维系统, 此时的电导具有随费米能理想的阶梯形状。图 3 a) — 图 3 d) 给出, 随着散射体与两端导线耦合强度的减少, 散射体对电子的散射逐渐增强, 系统电导比理想系统电导 (图 3 a)) 减小。在每一个上升台阶附近, 电导接近理想系统电导, 但随着能量的增加, 电导逐渐减少。从物理角度上分析, 当电子能量达到一个新的输运通道所需要的能量时, 系统便打开一个输运道, 从而使电导增加一个新的台阶, 而此时在传输方向上, 电子运动能量较小, 对界面散射影响较小, 导致系统电导较大。这与文献 [13] 中的计算结果相一致。之后随着电子能量的增加, 在该输运道上传输方向上电子能量增加, 使得界面散射作用增强, 从而系统电导变小。当电子能量增加到一个新的输运道所需要的能量时, 一个新的电导台阶形成。

图 4 给出了零温时不同费米能下, 系统电导随外加磁场变化的曲线。按照 Peierls 理论, 磁场作用在转移常数上增加了一个 Peierls 相因子 $2\pi j \frac{\phi}{\phi_0}$, 因此电导随磁通量的变化呈现一定的周期性变化。但在每一周期内, 由于电子在格点之间的干涉, 位相因子中列数 j 的影响, 电子电导表现出震荡行为。这种震荡行为随着散射区域格点数的增加而加剧。电子费米能不同, 电子在不同的输运道上运动, 具有不同的电导值, 图 4 a) — 图 4 d) 相应的费米能分别对应着 10, 8, 7, 6 个输运道。

图 5 给出在没有磁场, 散射体不同的掺杂浓度下, 系统电导随电子能量的变化关系。图 5 a) — 图 5 d) 表明, 由于杂质对电子散射的影响, 掺杂杂质浓度越大, 系统的电导越小, 并随电子能量震荡。其中对于一些特殊的电子能量, 由于电子相长干涉, 电导的峰值达到了理想导线的阶梯值, 之后的系统电导随电子能量的变化进行振幅减少的震荡变化。

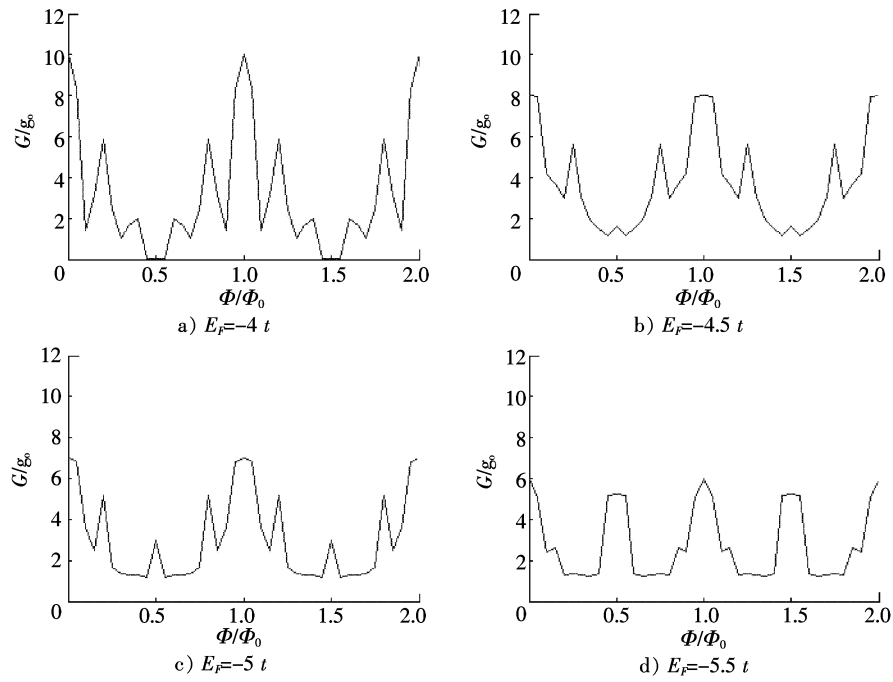


图4 零温不同费米能下系统电导随外加磁场变化曲线
(中间散射区参数为 $m=10, n=20, t_L=t_R=t$)

Fig. 4 Under different Fermi energy, the conductance changes with the applied magnetic field
(The parameters of the scatter are $m=10, n=20, t_L=t_R=t$)

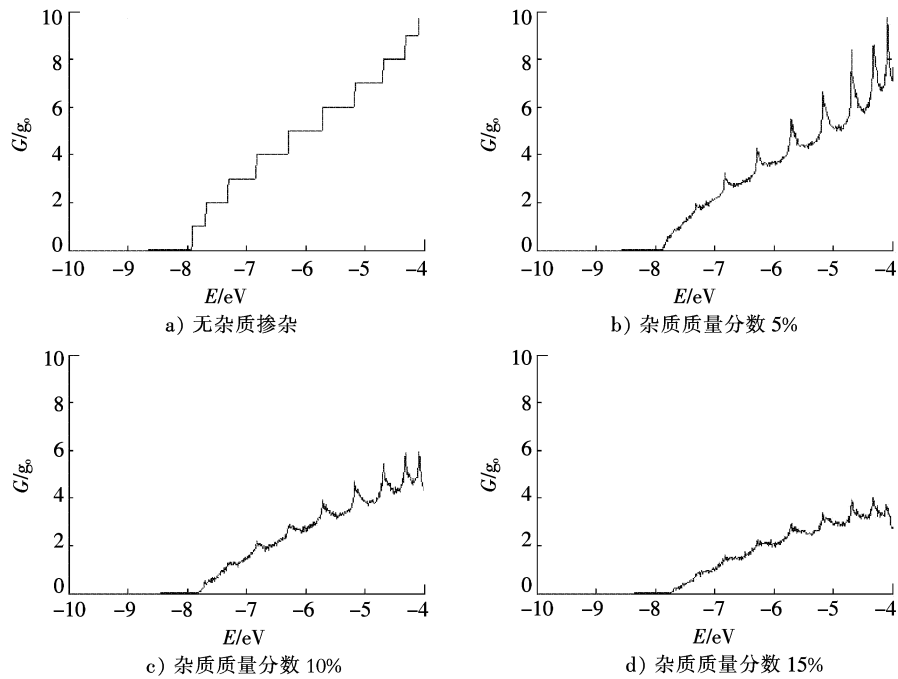


图5 无磁场不同掺杂浓度下电导-能量关系曲线
(中间散射区参数为 $m=10, n=20, t_L=t_R=t$)

Fig. 5 Conductance varies with the electron energy in the disappear of magnetic field and the different doping concentration
(The parameters of the scatter are $m=10, n=20, t_L=t_R=t$)

4 结 论

在无外部磁场以及杂质散射的情况下,分析研究了接触对系统电导量子化台阶效应的影响,由于接触的散射作用,系统的电导随着导线与介质间耦合的变小而降低;在磁场对散射体区域作用下,系统电导的变化随着磁场的变化而表现出周期性的震荡行为。这种震荡变化的剧烈程度与入射电子的能量有关;同时,给出了无序杂质对系统电导的影响,系统的电导随无序杂质浓度的增加而减小。在一些特殊掺杂浓度下,由于存在相长干涉效应,对于一些特殊的电子能量,系统的电导可以达到理想情况下的阶梯值,这为“三明治”式二维电子系统电导的进一步研究提供了参考。

参考文献/References:

- [1] 韩跃武,蔡绍洪,张玉强. 低维量子系统输运特性解析[J]. 贵州教育学院学报(自然科学),2007, 18(4): 19-22.
HAN Yuewu, CAI Shaohong, ZHANG Yuqiang. Analysis of the characteristic of transport in the low dimensional system[J]. Journal of Guizhou Education Institute(Natural Science), 2007,18(4): 19-22.
- [2] 白志明,马强. 多散射杂质对二维电子系统输运特性的影响[J]. 河北科技大学学报,2011,32(1):1-7.
BAI Zhiming, MA Qiang. Influence of multi-scattering impurities on transport properties of two-dimensional electron systems[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2011,32(1):1-7.
- [3] 吴义彬. 实际气体的玻尔兹曼因子方程[J]. 江西科学,2011,29(1):11-22.
WU Yibin. Boltzmann factor equation of the real gas[J]. Jiangxi Science, 2011,29(1):11-22.
- [4] HOFSTADTER D R, Energy levels and wave functions of Bloch electrons in rational and irrational magnetic fields[J]. Physical Review B,1976,14(6):2239-2249.
- [5] 陈超. 格子玻尔兹曼方法研究激发介质中的非线性波[D]. 桂林:广西师范大学,2010.
CHEN Chao. Lattice Boltzmann Method for Nonlinear Waves in Excitable Media[D]. Guilin:Guangxi Normal University, 2010.
- [6] LEI X L, HORING N J, CUI H L, et al. One-dimensional confinement effects on miniband transport in a semiconductor superlattice[J]. Physical Review B,1993,48(8):5366-5373.
- [7] CHANG M C, NIU Q. Erratum: Electron band structure in a two-dimensional periodic magnetic field[J]. Physical Review B,1994, 50(15):10843-10850.
- [8] XIE Hang, SHENG Ping. Fluctuation-induced tunneling conduction through nanoconstrictions[J]. Physical Review B,2009,79(16): 5419-5428.
- [9] DENG Wenji, LIU Youyan, HUANG Xiuqing. On the localization of electronic states in one-dimensional quasilattices[J]. Acta Physica Sinica, 1992, 1(2):113-122.
- [10] URYU S, ANDO T. Electronic states in antidot lattices: Scattering-matrix formalism[J]. Physical Review B, 1996, 53(20): 13613-13623.
- [11] KOLASINSKI K, SZAFRAN B, HAKENS B. Multitip scanning gate microscopy for ballistic transport studies in systems with a two-dimensional electron gas[J]. Physical Review B, 2015,91(20):5314-5322.
- [12] 谢月娥,颜晓红,陈元平. 量子点超晶格中的电子输运[J]. 湘潭大学自然科学学报, 2005, 27(2): 84-88.
XIE Yuee, YAN Xiaohong, CHEN Yuanping. Electronic transport in a quantum-dot superlattice[J]. Natural Science Journal of Xiangtan University, 2005, 27(2): 84-88.
- [13] ANDO T. Edge states in quantum wires in high magnetic fields[J]. Physical Review B,1990, 42(9): 5626-5634.
- [14] XIA Jianbai. Quantum wave-guide theory for microscopic structures[J]. Physical Review B, 1992,45(7):3593-3599.
- [15] XIA Jianbai, SHENG Weidong. On the soft wall guiding potentials in realistic quantum waveguides[J]. Journal of Applied physics, 1996, 79(10):7780-7784.
- [16] 夏建白. 现代半导体物理[M]. 北京:北京大学出版社,2000.
- [17] DO E H, YEOM H W. Electron quantization in broken atomic wires[J]. Physical Review Letters, 2015, 115(26): 6803-6807.
- [18] TOBBEN D, WHARAM D A, ABSTREITER G, et al. Transport properties of a Si/SiGe quantum point contact in the presence of impurities[J]. Physical Review B, 1995, 52(7): 4704-4707.
- [19] NAPPI C, ROMEO F, SARNELLI E, et al. Quantum waveguide theory of the Josephson effect in multiband superconductors[J]. Physical Review B,2015,92(22):4503-4513.
- [20] OSTAHIE B, NITA M, ALDEA A. Electrical manipulation of edge states in graphene and the effect on quantum Hall transport[J]. Physical Review B,2014,91(15): 1139-1150.
- [21] 韩宝忠,马凤莲,郭文敏,等. 磁场处理对 LDPE 及其碳纳米管复合材料电导特性的影响[J]. 新型炭材料, 2013,28(1):20-25.
HAN Baozhong, MA Fenglian, GUO Wenmin, et al. Effect of magnetic field treatment on the electrical conductivity of low-density polyethylene and its composites with CNTs[J]. New Carbon Materials, 2013,28(1):20-25.