

两齿差外啮合双联行星传动的固有特性分析

叶友东,汪 凯,周哲波

(安徽理工大学机械工程学院,安徽淮南 232001)

摘 要:为揭示两齿差外啮合双联行星传动的固有特性,采用集中参数法建立了该传动系统的平移-扭转耦合动力学数学模型。通过分析各运动构件间的相对位移关系,建立系统运动的微分方程,用 Matlab 程序计算获得系统的固有频率和主振型。分析结果表明,该行星传动具有中心构件扭转、中心构件平移和行星轮复杂振动模式,且其主振型与一般 NGW 行星传动有所不同,尤其是行星轮振动模式更为复杂,具有多种不同振动模式。研究结果可为该行星传动方式应用于抛光磨头时防止共振、减振降噪及结构优化提供参考。

关键词:机械零件及传动;双联行星齿轮传动;固有频率;振型;位移

中图分类号:TH132.41 文献标志码:A

Natural characteristics analysis of two teeth difference external compound planet transmission

YE Youdong, WANG Kai, ZHOU Zhebo

(College of Mechanical Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China)

Abstract: An analytical translational-rotational-coupling dynamic model is developed to evaluate the natural characteristics of two teeth difference external compound planet transmission by adopting centralized parameters method. The governing differential equations are established by deriving relative displacement relationships between all motional components, and Matlab is used to calculate and obtain the natural frequencies and free vibration modes of the transmission system. The analysis results show that the vibration modes are classified into rotational mode of the central members, translational mode of the central members and complicate vibration mode of the planetary gears. The vibration modes are different from the NGW planetary transmission, and especially the planetary gears vibration mode are quite complex with several different vibration modes. The research can provide useful reference for preventing resonance, vibration and noise reduction, and structure optimization of the planet transmission mode used in polishing grinding.

Keywords: machine part and the transmission; compound planet gear transmission; natural frequency; vibration mode; displacement

两齿差外啮合行星齿轮传动是一种新型传动方式,在中国被成功应用于 AK31 系列全功能数控转塔刀架和抛光机的抛光磨头中,前者利用该行星传动用以完成刀架的松开、转位和锁紧,减小了刀架的体积,增大

收稿日期:2016-06-21;修回日期:2016-07-11;责任编辑:冯 民

基金项目:国家自然科学基金(51405004)

作者简介:叶友东(1981—),男,安徽庐江人,副教授,主要从事机械传动及机械优化设计方面的研究。

E-mail:ydy@163.com

叶友东,汪 凯,周哲波.两齿差外啮合双联行星传动的固有特性分析[J].河北科技大学学报,2016,37(6):540-546.

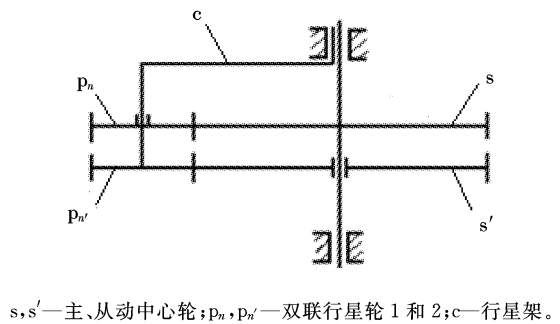
YE Youdong, WANG Kai, ZHOU Zhebo. Natural characteristics analysis of two teeth difference external compound planet transmission [J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2016, 37(6): 540-546.

了传动机构的转矩,使得刀架设计更趋紧凑,极大地减少了数控车床的安装空间,但刀架在使用过程中仍存在振动幅度较大现象,导致刀具寿命及被加工工件的加工精度的降低^[1];后者(如 KD268C 抛光磨头)中采用该行星传动实现磨头公转,减少了零件数量,使得磨头内部结构紧凑,减轻了磨头重量,但磨头在使用过程中仍存在振幅较大导致噪音大甚至碎砖现象。

笔者近几年对这种传动方式进行了持续研究,基于齿面等磨损机理提出了一种新型两齿差外啮合双联行星齿轮传动方式^[2-3],其属于 WW 型的行星传动方式,与同属 2K-H 类的 NGW 型相比,具有结构紧凑、传动比大等特点^[4]。尽管诸多学者已对行星齿轮传动的动力学问题进行了相关研究^[5-17],但由于该传动是一种新型行星传动方式,其动力学问题在现有文献中尚未涉及,由于传动系统中双联行星齿轮的引入及无内齿圈的结构特点,其动力学特性与现有 NGW 型行星传动必然有所不同。为揭示新型两齿差外啮合双联行星传动的动力学特性,建立其动力学模型并利用 Matlab 程序求解其固有频率和主振型,把握行星齿轮传动的振动机理,对于防止共振、减振降噪、优化结构具有重要的意义。

1 两齿差外啮合双联行星传动的结构特点

图 1 所示为两齿差外啮合双联行星传动的示意图,其是在原有传动方式中,用双联行星轮代替了原有机构中与主、从动中心轮同时啮合的单个行星轮,使得双联行星轮与主、从动中心轮在啮合时可以达到等磨损的要求,大大提高了抛光磨头的工作效率和使用寿命^[2]。其结构特点是:主、从动中心轮安装在同一轴上,二者的齿数差为 2,其中主动中心轮与轴通过键连接,而从动中心轮与轴空套;主、从动中心轮在同一侧与双联行星齿轮外啮合,并保持相同的中心距安装要求。运动和动力通过从动中心轮上的承载销传递给执行件。为保证中心距相等且不削弱主动齿轮强度,主动齿轮一般设计成标准齿轮或较小负变位,从动齿轮采用较大的正变位^[2]。



s, s'—主、从动中心轮; p_n, p_n'—双联行星轮 1 和 2; c—行星架。

图 1 两齿差外啮合双联行星传动示意图
Fig. 1 Diagram of the two teeth difference external compound planet transmission

2 动力学模型的建立

2.1 系统平移-扭转耦合模型

在计入构件支承刚度、齿轮副时变啮合刚度、陀螺效应等诸多因素的基础上,采用集中参数法在系杆随动坐标系下建立两齿差外啮合双联行星齿轮传动的平移-扭转耦合动力学模型如图 2 所示。图 2 中: k_{pn} 为行星轮支承刚度 ($n=1, 2, \dots, N$); ψ_n 为第 n 个行星轮中心与坐标原点的连线与 x 轴正向的夹角, $\psi_n = 2\pi(n-1)/N$; k_{ij} 为中心构件的支承刚度 ($i=c, s, s'; j=x, y, u$); (x_i, y_i, u_i) 为各构件位移 ($i=c, s, s', 1, 2, \dots, N$); u_i, θ_i 分别为各构件的扭转线位移与角位移, $u_i = r_i \theta_i$; r_i 为各构件的回转半径。

2.2 各构件相对位移关系

两齿差外啮合双联行星传动

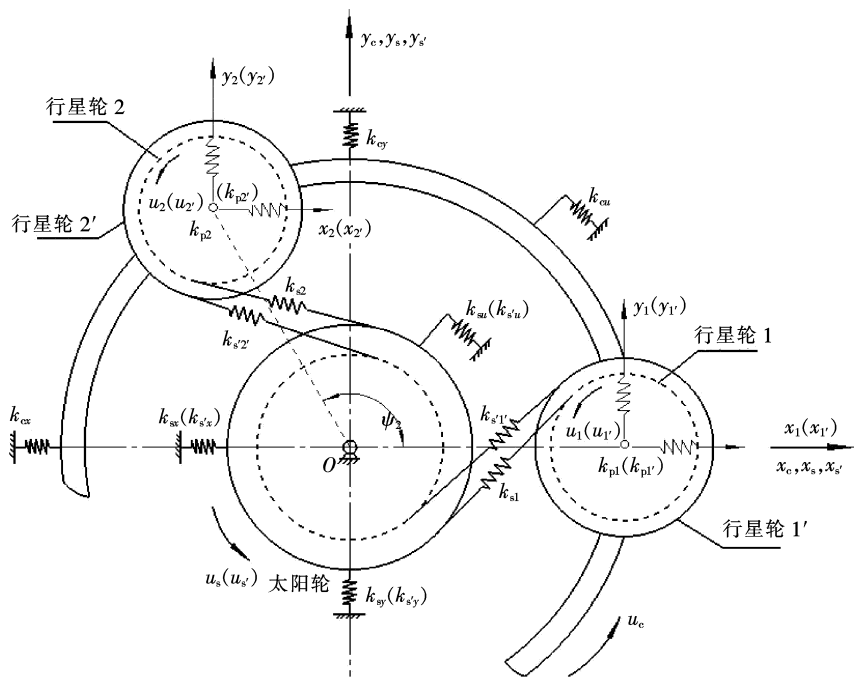


图 2 系统平移-扭转耦合动力学模型

Fig. 2 Translational-rotational-coupling dynamic model of the system

中各构件间的相对位移关系如图3所示。图3 a)表示了太阳轮与行星轮的啮合关系,图中未绘制行星架;图3 b)中,双联行星轮 p_n 和 $p_{n'}$ 齿数及模数均相等,但变位系数不同,即两者的基圆大小相同,为表达清楚,图中用两个大小不同的圆表示了行星轮 p_n (实线圆)和 $p_{n'}$ (虚线圆)的基圆,建模时仍按其实际尺寸参数计算。

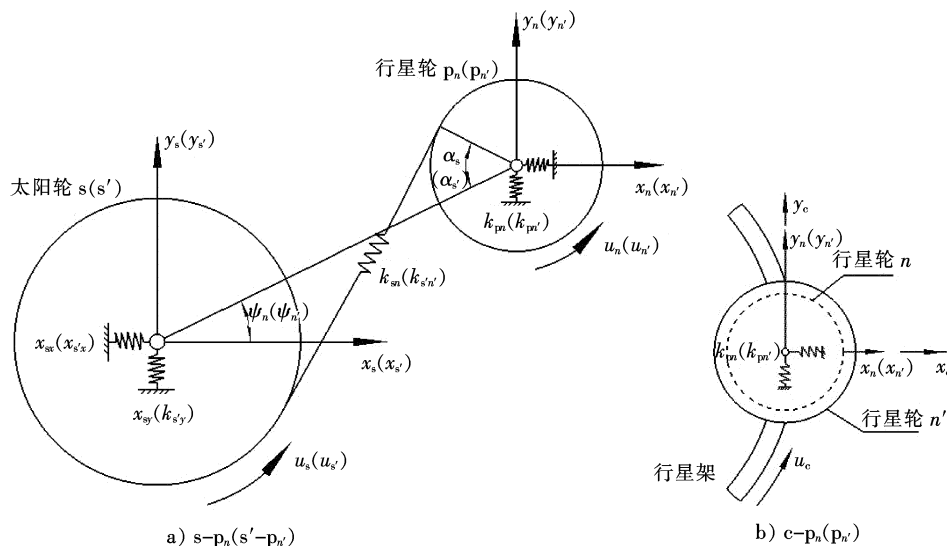


图3 轮系中各构件间的相对位移关系

Fig. 3 Displacement relationships between the components

图3中, α_s 为太阳轮 s 与行星轮 p_n 间的啮合角,将各构件间的相对位移向啮合线方向进行投影,并设定受压方向为正方向,可得太阳轮 s 与行星轮 p_n 的相对位移沿啮合线方向投影为

$$\delta_{sn} = (x_n - x_s) \sin \psi_{sn} + (y_s - y_n) \cos \psi_{sn} + u_s + u_n. \quad (1)$$

同理,可得太阳轮 s' 与行星轮 $p_{n'}$ 的相对位移沿啮合线方向投影为

$$\delta_{s'n'} = (x_{n'} - x_{s'}) \sin \psi_{s'n'} + (y_{s'} - y_{n'}) \cos \psi_{s'n'} + u_{s'} + u_{n'}. \quad (2)$$

行星架 c 与行星轮 $p_n(p_{n'})$ 的相对位移沿 x_c, y_c 和 u_c 三个自由度方向的投影为

$$\begin{cases} \delta_{cn(n')x} = x_c - x_{n(n')} - u_c \sin \psi_{n(n')}, \\ \delta_{cn(n')y} = y_c - y_{n(n')} + u_c \cos \psi_{n(n')}, \\ \delta_{cn(n')u} = (x_{n(n')} - x_c) \sin \psi_{n(n')} + (y_c - y_{n(n')}) \cos \psi_{n(n')} + u_c. \end{cases} \quad (3)$$

行星架 c 与行星轮 $p_n(p_{n'})$ 的相对位移沿 $x_n, y_n(x_{n'}, y_{n'})$ 方向的投影为

$$\begin{cases} \delta_{cn(n')} = x_{n(n')} - x_c + u_c \sin \psi_{n(n')}, \\ \delta_{yn(n')} = y_{n(n')} - y_c - u_c \cos \psi_{n(n')}, \end{cases} \quad (4)$$

式中: $\psi_{sn} = \psi_n - \alpha_s$; $\psi_{s'n'} = \psi_{n'} - \alpha_{s'}$ 。

2.3 系统运动方程

由于该轮系自由度为2,中心轮 s 和行星架 c 为输入,另一中心轮 s' 为输出,其输入扭矩分别为 T_s, T_c , 负载为 $T_{s'}$;假定行星架、2个太阳轮和2个行星轮的质量分别为 $m_c, m_s, m_{s'}, m_n$ 和 $m_{n'}$,其转动惯量分别为 $I_c, I_s, I_{s'}, I_n$ 和 $I_{n'}$ 。分析构件在各自自由度方向上的受力,并依据牛顿第二定律建立运动方程,具体如下。

1) 系杆运动方程

$$\begin{cases} m_c(\ddot{x}_c - 2\omega_c \dot{y}_c - \omega_c^2 x_c) + \sum_{n=1}^N k_{pn} \delta_{cnx} + \sum_{n=1}^N k_{pn'} \delta_{cn'x} + k_{cx} x_c = 0, \\ m_c(\ddot{y}_c + 2\omega_c \dot{x}_c - \omega_c^2 y_c) + \sum_{n=1}^N k_{pn} \delta_{cny} + \sum_{n=1}^N k_{pn'} \delta_{cn'y} + k_{cy} y_c = 0, \\ (I_c/r_c^2) \ddot{u}_c + \sum_{n=1}^N k_{pn} \delta_{cnu} + \sum_{n=1}^N k_{pn'} \delta_{cn'u} + k_{cu} u_c = -T_c/r_c. \end{cases} \quad (5)$$

2) 太阳轮 s 运动方程

$$\begin{cases} m_s(\ddot{x}_s - 2\omega_c \dot{y}_s - \omega_c^2 x_s) - \sum_{n=1}^N k_{sn} \delta_{sn} \sin \psi_{sn} + k_{sx} x_s = 0, \\ m_s(\ddot{y}_s + 2\omega_c \dot{x}_s - \omega_c^2 y_s) + \sum_{n=1}^N k_{sn} \delta_{sn} \cos \psi_{sn} + k_{sy} y_s = 0, \\ (I_s/r_s^2) \ddot{u}_s + \sum_{n=1}^N k_{sn} \delta_{sn} + k_{su} u_s = T_s/r_s. \end{cases} \quad (6)$$

3) 太阳轮 s' 运动方程

$$\begin{cases} m_{s'}(\ddot{x}_{s'} - 2\omega_c \dot{y}_{s'} - \omega_c^2 x_{s'}) - \sum_{n=1}^N k_{s'n'} \delta_{s'n'} \sin \psi_{s'n'} + k_{s'x} x_{s'} = 0, \\ m_{s'}(\ddot{y}_{s'} + 2\omega_c \dot{x}_{s'} - \omega_c^2 y_{s'}) + \sum_{n=1}^N k_{s'n'} \delta_{s'n'} \cos \psi_{s'n'} + k_{s'y} y_{s'} = 0, \\ (I_{s'}/r_{s'}^2) \ddot{u}_{s'} + \sum_{n=1}^N k_{s'n'} \delta_{s'n'} + k_{s'u} u_{s'} = T_{s'}/r_{s'}. \end{cases} \quad (7)$$

4) 行星轮 p_n 运动方程

$$\begin{cases} m_n(\ddot{x}_n - 2\omega_c \dot{y}_n - \omega_c^2 x_n) + k_{sn} \delta_{sn} \sin \psi_{sn} + k_{pn} \delta_{xn} = 0, \\ m_n(\ddot{y}_n + 2\omega_c \dot{x}_n - \omega_c^2 y_n) - k_{sn} \delta_{sn} \cos \psi_{sn} + k_{pn} \delta_{yn} = 0, \\ (I_n/r_n^2) \ddot{u}_n + k_{sn} \delta_{sn} + k_{m'}(u_n - u_{n'}) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

5) 行星轮 p_{n'} 运动方程

$$\begin{cases} m_{n'}(\ddot{x}_{n'} - 2\omega_c \dot{y}_{n'} - \omega_c^2 x_{n'}) + k_{s'n'} \delta_{s'n'} \sin \psi_{s'n'} + k_{p'n'} \delta_{x'n'} = 0, \\ m_{n'}(\ddot{y}_{n'} + 2\omega_c \dot{x}_{n'} - \omega_c^2 y_{n'}) - k_{s'n'} \delta_{s'n'} \cos \psi_{s'n'} + k_{p'n'} \delta_{y'n'} = 0, \\ (I_{n'}/r_{n'}^2) \ddot{u}_{n'} + k_{s'n'} \delta_{s'n'} + k_{m'}(u_n - u_{n'}) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

整理式(1)~式(9),将各方程写成矩阵形式:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \omega_c \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_m - \omega_c^2 \mathbf{K}_\omega) \mathbf{q} = \mathbf{T}. \quad (10)$$

式中: \mathbf{q} , \mathbf{M} , ω_c , \mathbf{G} , \mathbf{K}_b , \mathbf{K}_m , \mathbf{K}_ω 和 \mathbf{T} 分别为系统的广义坐标矩阵、广义质量矩阵、系杆角速度、陀螺矩阵、支承刚度矩阵、啮合刚度矩阵、向心刚度矩阵和外激励矩阵,其中:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{X}_c, \mathbf{X}_s, \mathbf{X}_{s'}, \mathbf{X}_n, \mathbf{X}_{n'})^T,$$

各符号含义如下: $\mathbf{X}_c = (x_c, y_c, u_c)^T$; $\mathbf{X}_s = (x_s, y_s, u_s)^T$; $\mathbf{X}_{s'} = (x_{s'}, y_{s'}, u_{s'})^T$; $\mathbf{X}_n = (x_n, y_n, u_n)^T$; $\mathbf{X}_{n'} = (x_{n'}, y_{n'}, u_{n'})^T$; $n = 1, 2, \dots, N$.

3 固有特性分析及实例分析

考虑到一般情况下,轮系中行星架角速度不大,科氏力可忽略^[16],由于行星轮对称安装,离心力互相抵消,则式(10)可简化为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K}_b + \mathbf{K}_m] \mathbf{q} = \mathbf{T}. \quad (11)$$

对式(11)求解特征值,可得系统的各阶固有频率和主振型。结合该轮系在工程中的实际应用,以表 1 所示的基本参数为例进行数值仿真,采用上述动力学模型求解。

表 1 系统基本参数

Tab.1 Basic parameters of the system

构件名称	齿数	模数/mm	质量/kg	变位系数	转动惯量·基圆半径 ⁻² /kg	支承刚度/(N·m ⁻¹)
系杆 c			3.65		4.45	1×10 ⁸
太阳轮 s	41	3.5	2.2	-0.004	2.3	1×10 ⁸
行星轮 p _n	24	3.5	0.65	0.253	0.77	1×10 ⁸
太阳轮 s'	39	3.5	2.0	0.756	2.1	1×10 ⁸
行星轮 p _{n'}	24	3.5	0.68	0.641	0.77	1×10 ⁸

啮合角: $\alpha_{sn} = 21.17^\circ$; $\alpha_{s'n'} = 25.25^\circ$
 啮合刚度: $k_{sn} = 5 \times 10^8$ N/m; $k_{s'n'} = 5 \times 10^8$ N/m
 双联行星轮扭转刚度: $k_{m'} = 5 \times 10^7$ N/m

由行星轮系的同心、装配和邻接条件,可知该两齿差外啮合双联行星传动中行星轮个数可取3或4,表2分别列出了 $N=3$ 及 $N=4$ 两种情形下系统的前6阶固有频率,其中 m 为固有频率的重根数。

通过 Matlab 程序计算可得系统各阶固有频率及对应的振形坐标,经仿真分析得出其主振型如图4、图5所示,图中虚线圆表示各构件的原始位置,实线圆为构件振动以后的位置,实线段为各构件振动后的轴线,以反应其扭转和平移振动后产生的位移。

经归纳总结可知两齿差外啮合双联行星传动中存在如下3种典型振动模式,即中心构件扭转振动模式、中心构件平移振动模式和双联行星轮振动模式。各种振动模式特点如下。

1)中心构件扭转振动模式:该振动模式对应的主振型如图4 a)、图5 a)所示,当 $m=1$ 时,各中心构件(两太阳轮、行星架)仅作扭转振动,双联行星轮作复杂平面振动,且两行星轮的振动状态相同,与行星轮个数无关联。

2)中心构件平移振动模式:该振动模式对应的主振型如图4 b)、图5 b)所示,当 $m=2$ 时,各中心构件作平移振动,双联行星轮作复杂平面振动,且振动状态与行星轮个数有关。当 $N=3$ 时,各双联行星轮振动状态互不相同, $N=4$ 时,各双联行星轮振动状态呈轴向反对称。

3)双联行星轮振动模式:该振动模式对应的主振型如图5 c)~图5 e)所示,当 $N>3$ 且 $m=N-3$ 时,各中心构件无振动,仅双联行星轮振动,且振动状态与行星轮个数有关联。当 $N=4$ 时,各对双联行星轮振动状态呈轴向反对称特征,其他情况下,各对双联行星轮振动状态互不相同。在该振动模式下,根据双联行星轮的振动特点不同可细分为行星轮 n, n' 同时作复合平面振动、行星 n 单独作平移振动和行星轮 n' 单独作平移振动。双联行星轮呈现出的这种复杂振动模式与该行星轮系中无内齿圈有直接关系,就单个行星轮而言,由于公转产生了一定的离心力,且行星轮只与中心轮啮合,无内齿圈支承,从而降低了行星轮的刚度。该轮系中双联行星轮的振动模式与文献[18]通过软件仿真得到的结果是基本吻合的,进一步证明了本文所建动力学模型的正确性。

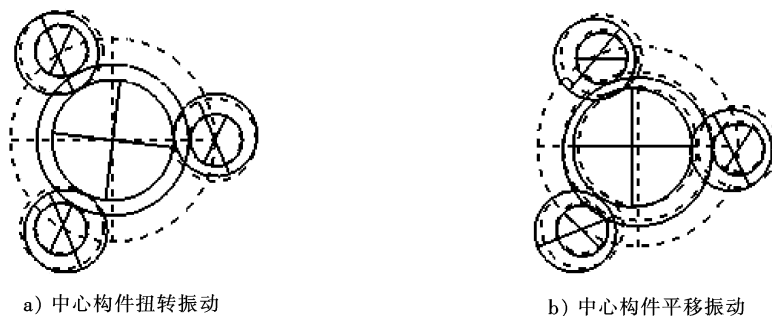


图4 $N=3$ 时系统振型

Fig. 4 Vibration mode of the system when $N=3$

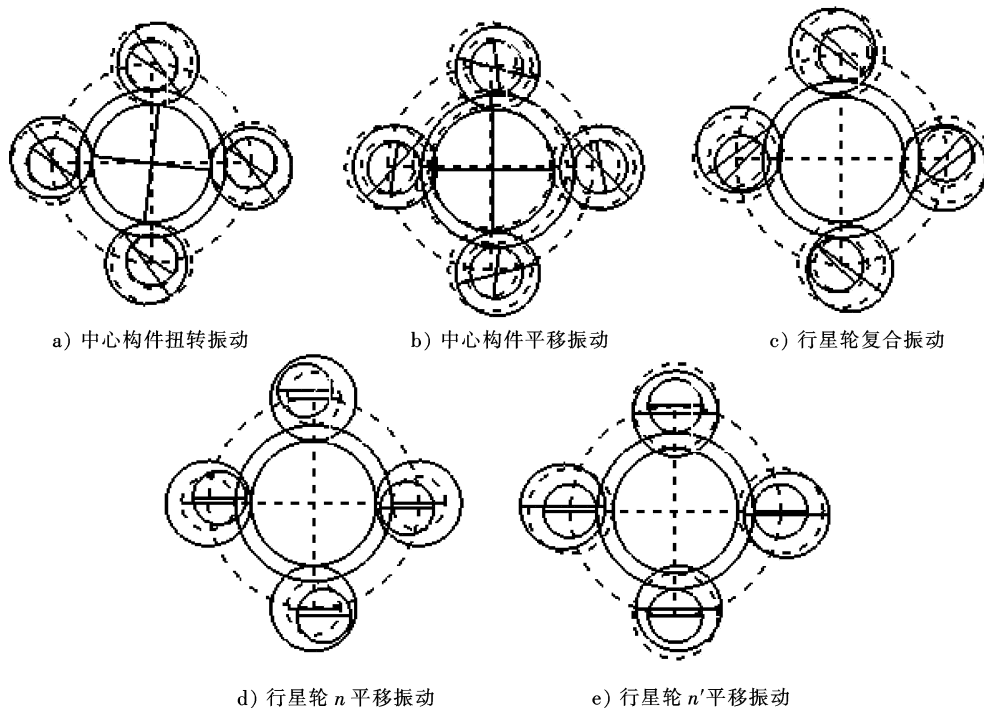
4 结 语

对两齿差外啮合双联行星传动进行动力学数学建模并整理成矩阵方程,通过 Matlab 软件编程求解了固有频率和对应主振型,分析得出该行星轮系具有3种典型的振动模式,即中心构件扭转振动模式、中心构件平移振动模式和双联行星轮振动模式。其中,中心构件扭转振动模式和平移振动模式与 NGW 型轮系相

表2 系统固有频率

Tab. 2 Natural frequency of the system

行星轮 个数 N	重根数 m		
	1	2	$N-3$
3	0	349.6	
	547.6	564.3	
	868.4	805.5	
	1 121.8	1 110.8	
	1 818.9	1 716.9	
	2 469.7	2 106.3	
4	0	338.5	680.5
	563.1	560.8	1 004.2
	880.6	804.2	1 578.9
	1 204.5	1 124.3	2 045.4
	1 853.3	1 804.5	2 285.3
	2 315.2	2 300.7	3 858.6

图 5 $N=4$ 时系统振型Fig. 5 Vibration mode of the system when $N=4$

似^[19-21],但其行星轮振动模式有所不同,两齿差外啮合双联行星传动中由于双联行星齿轮结构的引入,使得该行星传动系统中行星轮的振动模式趋于多样化,既存在双联行星轮中的两齿轮同时作复杂振动又存在单个齿轮的平移振动模式,振动状态变得更为复杂。研究结果为该行星传动方式应用于抛光磨头时防止共振、减振降噪及结构优化提供了参考,进而可改善抛光磨头传动系统的动力学性能,提高瓷砖磨削质量和降低碎瓷率。

参考文献/References:

- [1] 边辉. 两齿差外啮合行星齿轮传动在刀架中的应用[J]. 制造技术与机床, 2010(11):119-121.
BIAN Hui. Application of the two-teeth-difference external planetary gear transmission on turret[J]. Manufacturing Technology and Machine Tools, 2010(11):119-121.
- [2] 周哲波, 叶友东. 新型两齿差外啮合行星传动的等磨损参数的优化模型[J]. 机械设计, 2005, 22(9):40-42.
ZHOU Zhebo, YE Youdong. Optimization model of equal wearing parameters in the new typed two teeth differenced outer meshing planetary transmission[J]. Journal of Machine Design, 2005, 22(9):40-42.
- [3] 叶友东, 汪选要. 一种新型抛光磨头的结构参数优化设计[J]. 机械传动, 2007, 31(5):40-42.
YE Youdong, WANG Xuanyao. The optimal design of a new polish grinding head's structure[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2007, 31(5):40-42.
- [4] 饶振纲. 行星齿轮传动设计[M]. 北京: 化学工业出版社, 2003.
- [5] LIN J, PARKER R G. Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness vibration[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 249(1):129-145.
- [6] PARKER R G, LIN J. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 2004, 126(3):365-370.
- [7] AMBARISHA V K, PARKER R G. Suppression of planet mode response in planetary gear dynamics through mesh phasing[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2006, 128(2):133-142.
- [8] 宋轶民, 许伟东, 张策, 等. 2K-H 行星传动的修正扭转模型建立与固有特性分析[J]. 机械工程学报, 2006, 42(5):16-21.
SONG Yimin, XU Weidong, ZHANG Ce, et al. Modified torsional model development and natural characteristics analysis of 2K-H epicyclic gearing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(5):16-21.
- [9] 刘欣. 基于虚拟样机技术的直齿行星传动动力学研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.
LIU Xin. Study on the Dynamics of Spur Gear Planetary Transmission Based on Virtual Prototyping Technology [D]. Tianjin: Tianjin University, 2007.

- [10] WU X H, PARKER R G. Modal properties of planetary gears with an elastic continuum ring gear[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 2008, 75(5): 1-12.
- [11] 宋轶民, 张俊, 张君, 等. 3K-II型直齿行星齿轮传动的固有特性[J]. 机械工程学报, 2009, 45(7): 23-28.
SONG Yimin, ZHANG Jun, ZHANG Jun, et al. Inherent characteristics of 3K-II spur planetary gear trains[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(7): 23-28.
- [12] 陈世其, 赵继云, 李炳文, 等. 超重型刮板输送机行星传动固有特性分析[J]. 煤炭科学技术, 2011, 39(11): 84-87.
CHEN Shiqi, ZHAO Jiyun, LI Bingwen, et al. Analysis on inherent features of planet gear driving in heavy scraper conveyor[J]. Coal Science and Technology, 2011, 39(11): 84-87.
- [13] 王家序, 黄超, 肖科, 等. 新型少齿差行星齿轮装置振动特性分析与实验研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(5): 31-37.
WANG Jiayu, HUANG Chao, XIAO Ke, et al. Vibration performance analysis and experimental research on a new type planetary transmission with small number difference[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(5): 31-37.
- [14] 刘明, 赵永强, 徐冬梅, 等. 空间机械臂用多级2K-H行星传动系统模块化动力学研究[J]. 西北工业大学学报, 2014, 32(4): 606-611.
LIU Ming, ZHAO Yongqiang, XU Dongmei, et al. Modular dynamic research on multi-stage planetary gear system[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2014, 32(4): 606-611.
- [15] 张俊, 刘先增, 焦阳, 等. 基于刚柔耦合模型的行星传动固有特性分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(15): 104-112.
ZHANG Jun, LIU Xianzeng, JIAO Yang, et al. Vibration analysis of planetary gear trains based on a discrete-continuum dynamic model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(15): 104-112.
- [16] 王均刚, 王勇, 霍志璞. 风电增速箱行星传动系统动力学方程及均载特性[J]. 太阳能学报, 2015, 36(1): 26-31.
WANG Jungang, WANG Yong, HUO Zhipu. Load sharing behavior and dynamic equations for planetary gear train transmission of wind turbine gearboxes[J]. Acta Energetica Solaris Sinica, 2015, 36(1): 26-31.
- [17] 陶庆, 孙文磊, 周建星. 考虑齿圈柔性的行星传动系统固有特性与灵敏度研究[J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(3): 113-120.
TAO Qing, SUN Wenlei, ZHOU Jianxing. Research on inherent characteristics and sensitivities of planetary gear transmission[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(3): 113-120.
- [18] 叶友东, 周哲波. 基于SolidWorks/Simulation的两齿差外啮合双联行星传动系统模态分析[J]. 机械传动, 2015, 39(11): 103-105.
YE Youdong, ZHOU Zhebo. Modal analysis of two teeth difference external compound planet gear transmission system based on SolidWorks/Simulation[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2015, 39(11): 103-105.
- [19] 张俊, 宋轶民, 张策, 等. NGW型直齿行星传动自由振动分析[J]. 天津大学学报, 2010, 43(1): 90-94.
ZHANG Jun, SONG Yimin, ZHANG Ce, et al. Analysis of free vibration of NGW spur planetary gear set[J]. Journal of Tianjin University, 2010, 43(1): 90-94.
- [20] 张俊, 宋轶民. NW型直齿行星传动的动力学建模与固有特性分析[J]. 天津大学学报, 2011, 44(8): 677-682.
ZHANG Jun, SONG Yimin. Dynamic modeling and eigenvalue evaluation of NW spur planetary gear unit[J]. Journal of Tianjin University, 2011, 44(8): 677-682.
- [21] 杨阳, 马鹏程, 秦大同, 等. 采煤机差动2K-H行星轮系固有特性分析[J]. 煤炭学报, 2016, 41(2): 507-512.
YANG Yang, MA Pengcheng, QIN Datong, et al. Analysis of natural characteristics of differential 2K-H epicyclic gear train for coal shearer[J]. Journal of China Coal Society, 2016, 41(2): 507-512.