第 37 卷第 4 期 河北科技大学学报 Vol. 37, No. 4
2016 年 8 月 Journal of Hebei University of Science and Technology Aug. 2016

文章编号:1008-1542(2016)04-0335-05 doi:10.7535/hbkd.2016yx04004

正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$ 空间的积分型算子

古勇毅,袁文俊,孟凡宁

(广州大学数学与信息科学学院,广东广州 510006)

摘 要:算子理论是解析函数空间理论研究的重要内容,为了寻找通过探讨联立算子与函数空间的方法研究算子以及函数空间的有效途径,假设 ϕ 为单位圆盘 Δ 上的一个解析自映射,正规权 Bloch 空间 $\mu-B$ 是单位圆盘 Δ 上的一个 Banach 空间,定义 C_ϕ : $C_\phi(f)=f\circ\phi$ 为 $\mu-B$ 上的复合算子,对所有的 $f\in\mu-B$,并由积分算子以及复合算子推广得到积分型算子 J_hC_ϕ 和 $C_\phi J_h$,主要讨论了正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$ 空间的积分型算子 J_hC_ϕ 的有界性和紧性,以及正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$ 空间的积分型算子 $C_\phi J_h$ 的有界性,并给出了相关的充要条件。

关键词:函数空间;正规权 Bloch 空间;$Q_{T,S}$ 空间;积分型算子;有界性;紧性

中图分类号:O174.5;O177.2 **MSC(2010)主题分类**:47B38 **文献标志码**:A

Integral type operators from normal weighted Bloch spaces to $Q_{T,S}$ spaces

GU Yongyi, YUAN Wenjun, MENG Fanning

(School of Mathematics and Information Science, Guangzhou University, Guangzhou, Guangdong 510006, China)

Abstract: Operator theory is an important research content of the analytic function space theory. The discussion of simultaneous operator and function space is an effective way to study operator and function space. Assuming that ϕ is an analytic self map on the unit disk Δ, and the normal weighted bloch space $\mu-B$ is a Banach space on the unit disk Δ, defining a composition operator C_ϕ : $C_\phi(f)=f\circ\phi$ on $\mu-B$ for all $f\in\mu-B$, integral type operator J_hC_ϕ and $C_\phi J_h$ are generalized by integral operator and composition operator. The boundeness and compactness of the integral type operator J_hC_ϕ acting from normal weighted Bloch spaces to $Q_{T,S}$ spaces are discussed, as well as the boundeness of the integral type operators $C_\phi J_h$ acting from normal weighted Bloch spaces to $Q_{T,S}$ spaces. The related sufficient and necessary conditions are given.

Keywords: function space; normal weighted Bloch spaces; $Q_{T,S}$ spaces; integral type operator; boundedness; compactness

1 预备知识

记 $\Delta=\{z:|z|<1\}$ 为复平面上的开单位圆盘,$H(\Delta)$ 为 Δ 上的所有解析函数构成的集合,$B(\Delta)$ 为 Δ 上的所有解析自映射构成的集合。对任意的 $a\in\Delta$,$\delta_a(z)=\dfrac{a-z}{1-\bar{a}z}$ 是 Δ 上的 Möbius 变换,$g(z,a)=\log\dfrac{1}{|\delta_a(z)|}$

收稿日期:2015-12-13;修回日期:2016-04-18;责任编辑:张 军

基金项目:国家自然科学基金(11271090);教育部留学回国人员科研启动基金(教外司留[2015]1098 号);广东省自然科学基金(2015A030313346)

作者简介:古勇毅(1985—),男,广东清远人,博士研究生,主要从事复分析等方面的研究。

通讯作者:孟凡宁博士。E-mail:mfnfdbx@163.com

古勇毅,袁文俊,孟凡宁.正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$ 空间的积分型算子[J].河北科技大学学报,2016,37(4):335-339.

GU Yongyi, YUAN Wenjun, MENG Fanning. Integral type operators from normal weighted Bloch spaces to $Q_{T,S}$ spaces[J]. Journal of Hebei University of Science and Technology, 2016, 37(4): 335-339.

为带有奇点 a 的格林函数，$\mathrm{d}A(z)$ 为 Δ 上的标准化的 Lebesgue 面积测度。设 $\phi\in B(\Delta)$，$f\in H(\Delta)$，则可定义复合算子[1-2]为 C_ϕ：$C_\phi(f)=f\circ\phi$，更多复合算子的研究可参见文献[3—7]。设 $\phi\in B(\Delta)$，$h\in H(\Delta)$，由积分算子和复合算子可推广得到积分型算子：

$$(C_\phi J_h f)(z)=\int_0^{\phi(z)} f'(\xi)h'(\xi)\mathrm{d}\xi,\quad (J_h C_\phi f)(z)=\int_0^z (f\circ\phi)'(\xi)h'(\xi)\mathrm{d}\xi,$$

当 $h(\xi)=z$ 时，可得 $(C_\phi J_h f)(z)=(J_h C_\phi f)(z)=f(\phi(z))=f\circ\phi$，即为复合算子。积分型算子的相关研究可参见文献[8—13]。

若在区间 $[0,1)$ 上的正连续函数 μ，存在 $\sigma\in[0,1)$，$0<a<b$，使得 $\mu(r)/(1-r)^a$ 在 $[\sigma,1)$ 上单调递减且 $\lim\limits_{r\to1^-}\mu(r)/(1-r)^a=0$；$\mu(r)/(1-r)^b$ 在 $[\sigma,1)$ 上单调递增且 $\lim\limits_{r\to1^-}\mu(r)/(1-r)^b=\infty$，则 μ 称为是正规的[14]。如 $\mu(r)=(1-r^2)^\beta$，$(\beta>0)$ 即为正规函数。

定义 1[15-16] 正规权 Bloch 空间 $\mu-B$ 定义为 $\mu-B=\{f\in H(\Delta):\sup\limits_{z\in\Delta}\mu(|z|)|f'(z)|<\infty\}$；相应地，小正规权 Bloch 空间 $\mu-B_0$ 定义为 $\mu-B_0=\{f\in H(\Delta):\lim\limits_{|z|\to1}\mu(|z|)|f'(z)|=0\}$。

定义 2[17] Q_p 空间定义为 $Q_p=\{f\in H(\Delta):\sup\limits_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |f'(z)|^2 g^p(z,a)\mathrm{d}A(z)<\infty\}$，$0<p<\infty$。假设实的非减函数 $T(r)$：$[0,\infty)\to[0,\infty)$ 是右连续的，则有：

定义 3[18] Q_T 空间定义为 $Q_T=\{f\in H(\Delta):\sup\limits_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |f'(z)|^2 T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty\}$。

定义 4[19] $Q_{T,S}$ 空间与小 $Q_{T,S}$ 空间分别定义为

$$Q_{T,S}=\{f\in H(\Delta):\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |f'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty\};$$

$$Q_{T,S,0}=\{f\in H(\Delta):\lim_{|a|\to1}\iint\limits_\Delta |f'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=0\}。$$

当 $s=2$ 时，$Q_{T,2}=Q_T$；当取 $T(r)=r^p(0<p<\infty)$ 时，$Q_T=Q_p$；当 $s=2$ 且取 $T(r)=r^p(0<p<\infty)$ 时，$Q_{T,S}=Q_p$。

本文中的 C 表示一个正常数，并且在不同地方可以表示不同的值。

2 主要结果

引理 1[20] $\exists f_1,f_2\in\mu-B$，使得对 $\forall z\in\Delta$ 都有：$|f'_1(z)|+|f'_2(z)|\geqslant\dfrac{C}{\mu(|z|)}$。

引理 2 $\mu-B$ 到 $Q_{T,S}$ 的积分型算子 J_hC_ϕ 是紧算子当且仅当 $\mu-B$ 中的序列 $\{f_n\}$ 满足 $\|f_n\|_{\mu-B}\leqslant1$ 且 $\{f_n\}$ 在 Δ 的紧子集上一致收敛于零，则 $J_hC_\phi f_n$ 在 $Q_{T,S}$ 中收敛到零。

证明 由 Montel 定理和紧算子的定义容易证得。

定理 1 设 $0<s<\infty$，令 $T(r)$ 在 $[0,\infty)$ 上非负非减，$\phi\in B(\Delta)$，则 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S}$ 有界当且仅当

$$\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta \frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty。\tag{1}$$

证明 充分性。

对任意的 $f\in\mu-B$ 有，

$$\begin{aligned}&\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |(J_hC_\phi f)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |f'(\phi(z))|^s|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta |f'(\phi(z))|^s\mu(|\phi(z)|)^s\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\|f\|^s_{\mu-B}\sup_{a\in\Delta}\iint\limits_\Delta \frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z),\end{aligned}$$

由于式(1)成立，则可得 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S}$ 有界。

必要性。

设 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S}$ 有界，且由引理 1 可得：

$$\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant$$

$$\frac{1}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|+|f'_2(\phi(z))|)^s|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant$$

$$\frac{2^s}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|^s+|f'_2(\phi(z))|^s)|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=$$

$$\frac{2^s}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|(J_hC_\phi f_1)'(z)|^s+|(J_hC_\phi f_2)'(z)|^s)(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty。$$

故式(1)成立。证毕。

定理 2 设 $0<s<\infty$，令 $T(r)$ 在 $[0,\infty)$ 上非负非减，$\phi\in B(\Delta)$，则下列结论等价：

①$J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S,0}$ 有界；

②$J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S,0}$ 紧；

③ $$\lim_{|a|\to1}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=0。$$

证明 ②⇒① 显然成立。

①⇒③ 的证明，由引理 1 得：

$$\lim_{|a|\to1}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant$$

$$\frac{1}{C}\lim_{|a|\to1}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|+|f'_2(\phi(z))|)^s|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant$$

$$\frac{2^s}{C}\lim_{|a|\to1}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|^s+|f'_2(\phi(z))|^s)|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=$$

$$\frac{2^s}{C}\lim_{|a|\to1}\iint_{\Delta}(|(J_hC_\phi f_1)'(z)|^s+|(J_hC_\phi f_2)'(z)|^s)(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z),$$

由结论 ① 可知 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S,0}$ 有界，于是有 $J_hC_\phi(f_1)\in Q_{T,S,0}$，$J_hC_\phi(f_2)\in Q_{T,S,0}$，从而 $\lim\limits_{|a|\to1}\iint\limits_{\Delta}(|(J_hC_\phi f_1)'(z)|^s+|(J_hC_\phi f_2)'(z)|^s)(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=0$。

故结论 ③ 成立。

③⇒② 的证明，由类似定理 1 的充分性证明可知，当 ③ 成立，若 $f\in\mu-B$ 则 $J_hC_\phi f\in Q_{T,S,0}$，故要证 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S,0}$ 紧，只需证 $J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S}$ 紧，而由引理 2，任取 $\mu-B$ 中的序列 $\{f_n\}$ 满足 $\|f_n\|_{\mu-B}\leqslant1$ 且 $\{f_n\}$ 在 Δ 的紧子集上一致收敛于零，只需证明 $\|J_hC_\phi(f_n)\|_{Q_{T,S}}\to0,n\to\infty$。

由结论 ③ 成立，$\exists\gamma:0<\gamma<1$，使得：

$$\sup_{\gamma<|a|<1}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\frac{\varepsilon}{3C},\tag{2}$$

设 $a\in\Delta$，$0<k<1$，记 $\Delta_k=\{z\in\Delta:|z|>k\}$，令

$$I_k(a)=\iint_{\Delta_k}|(J_hC_\phi f_n)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)。$$

由于 $J_hC_\phi(f_n)\in Q_{T,S,0}$，故 $\lim\limits_{k\to1}I_k(a)=0$，则 $\forall a\in\Delta$，$\exists k_a$，$0<k_a<1$ 使得 $I_{k_a}(a)<\frac{\varepsilon}{3}$。因为 $I_k(a)$ 是关于 a 的一个连续函数，则存在 a 的领域 $\omega(a)\subset\Delta$，使 $I_{k_a}(z)<\frac{\varepsilon}{3}$，$z\in\omega(a)$。因 $\{a:|a|\leqslant\gamma\}\subset\bigcup\limits_{|a|\leqslant\gamma}\omega(a)$ 且 $\{a:|a|\leqslant\gamma\}$ 是闭集，故存在 $\omega(a_1),\cdots,\omega(a_i),\cdots,\omega(a_m)$，使 $\{a:|a|\leqslant\gamma\}\subset\bigcup\limits_{|a|\leqslant\gamma}^{m}\omega(a_i)$，对 $a_i(i=1,2,\cdots,m)$ 存在 k_{a_i}，使得 $I_{k_{a_i}}(z)<\frac{\varepsilon}{3}$，$z\in\omega(a_i)$，$i=1,2,\cdots,m$。令 $k_0=\max\{k_{a_1},\cdots,k_{a_i},\cdots,k_{a_m}\}$，则当 $|a|\leqslant\gamma$ 时，$I_{k_0}(a)<\frac{\varepsilon}{3}$，即得：

$$\sup_{|a|\leqslant\gamma}\iint_{\Delta_{k_0}}|(J_hC_\phi f_n)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\frac{\varepsilon}{3}。\tag{3}$$

由于$\{f_n\}$在Δ的紧子集上一致收敛于零，故当$|t|\leqslant k_0$时，存在ω，当$n\geqslant\omega$时，有$|f'_n(t)|^s<\frac{\varepsilon}{3C}$，则当$n\geqslant\omega$时有：

$$\begin{aligned}&\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}|(J_hC_\phi f_n)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\sup_{\gamma<|a|<1}\iint_{\Delta}|f'_n(\phi(z))|^s\mu(|\phi(z)|)^s\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)+\\&\qquad\sup_{|a|\leqslant\gamma}\iint_{\Delta_{t_0}}|f'_n(\phi(z))|^s|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)+\\&\quad\sup_{|a|\leqslant\gamma}\iint_{\Delta-\Delta_{t_0}}|f'_n(\phi(z))|^s|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant\\&\quad\|f_n\|^s_{\mu-B}\sup_{\gamma<|a|<1}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)+\frac{\varepsilon}{3}+\\&\qquad\frac{\varepsilon}{3C}\sup_{|a|\leqslant\gamma}\iint_{\Delta-\Delta_{t_0}}|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)。\end{aligned}$$

因为$J_hC_\phi:\mu-B\to Q_{T,S,0}$有界，令$f_0(z)=z\in\mu-B$，则$J_hC_\phi(f_0)\in Q_{T,S,0}\subset T_{t,S}$，即$\int_0^z\phi'(\xi)h'(\xi)\mathrm{d}\xi\in Q_{T,S}$，故$\sup_{|a|\leqslant\gamma}\iint_{\Delta-\Delta_{t_0}}|\phi'(z)|^s|h'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<C$。再由式(2)和式(3)，可得$\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}|(J_hC_\phi f_n)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\varepsilon$，即$\|J_hC_\phi(f_n)\|_{Q_{T,S}}\to0,n\to\infty$。

故结论②成立。证毕。

定理3 设$0<s<\infty$，ϕ是Δ上的解析自映射，则$C_\phi J_h:\mu-B\to Q_{T,S}$有界当且仅当

$$\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty。\tag{4}$$

证明 充分性。

设式(4)成立，则对$\forall f\in\mu-B$有：

$$\begin{aligned}&\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}|(C_\phi J_hf)'(z)|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}|f'(\phi(z))|^s|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}|f'(\phi(z))|^s\mu(|\phi(z)|)^s\frac{|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)=\\&\quad\|f\|^s_{\mu-B}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z),\end{aligned}$$

由式(4)成立，可得$C_\phi J_h:\mu-B\to Q_{T,S}$有界。

必要性。

若$C_\phi J_h:\mu-B\to Q_{T,S}$是有界的，则对所有的$f\in\mu-B$，有$C_\phi J_h(f)\in Q_{T,S}$，由引理1有：

$$\begin{aligned}&\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}\frac{|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}}{\mu(|\phi(z)|)^s}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant\\&\frac{1}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|+|f'_2(\phi(z))|)^s|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant\\&\frac{2^s}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|f'_1(\phi(z))|^s+|f'_2(\phi(z))|^s)|\phi'(z)|^s|h'(\phi(z))|^s(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)\leqslant\\&\frac{2^s}{C}\sup_{a\in\Delta}\iint_{\Delta}(|(C_\phi J_hf_1)'(z)|^s+|(C_\phi J_hf_2)'(z)|^s)(1-|z|^2)^{s-2}T(g(z,a))\mathrm{d}A(z)<\infty,\end{aligned}$$

则式(4)成立。证毕。

3 结　论

积分型算子由积分算子和复合算子推广得到，研究正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$空间之间的积分型算子是有意义的。本文给出了正规权 Bloch 空间到 $Q_{T,S}$空间的积分型算子 J_hC_ϕ 的有界性和紧性成立的充分必要条件，以及 $C_\phi J_h$ 的有界性成立的充分必要条件。

参考文献/References：

[1] COWEN C C, CLUER M. Composition Operators on Spaces of Analytic Functions[M]. Boca Roton：CRC Press，1995.

[2] LI Songxiao, STEVIĆ S. Products of integral-type operator and composition operators between Bloch-type spaces[J]. Journal of Mathematical Analysis & Applications, 2009,349(2)：596-610.

[3] WU Pengcheng, WULAN H. Composition operators from the Bloch space into the spaces Q_T[J]. International Journal of Mathematics & Mathematical Sciences, 2003,2003(31)：1973-1979.

[4] LOU Zengjian. Composition operators on Bloch type space[J]. Analysis, 2003,1(1)：81-95.

[5] WULAN H. Compactness of composition operators from the Bloch space B to Q_K spaces[J]. Acta Mathematica Sinica, 2005,21(6)：1415-1424.

[6] 刘光荣，宋修朝，梁国宏. α-Bloch 到正规权 Bloch 空间的复合算子[J]. 汕头大学学报(自然科学版)，2010，25(4)：12-17.
LIU Guangrong, SONG Xiuchao, LIANG Guohong. Composition operator from α-Bloch spaces to normal Bloch spaces[J]. Journal of Shantou University(Natural Science Edition), 2010, 25(4)：12-17.

[7] YANG Congli, XU Wen, KOTILAINEN M. Composition operators from Bloch type spaces into Q_K spaces[J]. Journal of Mathamatical Analysis and Appllisations, 2011,379(1)：26-34.

[8] YONEDA R. Integration operators on weighted Bloch spaces[J]. Nihonkai Mathematical Journal, 2001,12(2)：123-133.

[9] STEVIĆ S. Boundedness and compactness of an integral operator on a weighted space on the polydisc[J]. Indian Journal of Pure & Applied Mathematics, 2006,37(6)：343.

[10] STEVIĆ S. Boundedness and compactness of an integral operator between H^∞ and a mixed norm space on the polydisk[J]. Sibirsk Mat Zh, 2007,48(3)：559-569.

[11] STEVIĆ S. On a new operator from the logarithmic Bloch space to the Bloch-type space on the unit ball[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008,206(1)：313-320.

[12] YU Yanyan, LIU Yongmin. Integral-type operators from weighted Bloch spaces into Bergman-type spaces[J]. Integral Transforms & Special Functions, 2009, 20(6)：419-428.

[13] 李海英，田长安，张相波. 单位球上的加权 Bergman 空间到加权 Bloch 空间的积分型算子[J]. 数学杂志，2012，32(6)：1100-1104.
LI Haiying, TIAN Changan, ZHANG Xiangbo. Integral-type operators from weighted Bergman spaces to weighted Bloch spaces on the unit ball[J]. Journal of Mathematics, 2012, 32(6)：1100-1104.

[14] SHIELDS A L, WILLIAMS D L. Bounded projections, duality, and multipliers in spaces of analytic functions[J]. Transactions of the American Mathematical Society, 1971,162：287-302.

[15] STEVIC S. Norm of weighted composition operators from Bloch space to H_μ^∞ on the unit ball[J]. Ars combinatoria, 2008,88：125-127.

[16] FU Xiaohong, ZHU Xiangling. Weighted composition operators on some weighted spaces in the unit ball[J]. Abstract and Applied Analysis, 2008,605(3)：807-814.

[17] WULAN H. Mobius invariant Q_P space：results, techniques and questions[J]. Advances in Mathematics(China), 2005,34(4)：385-403.

[18] WULAN H, WU Pengcheng. Characterizations of Q_T spaces[J]. Journal of Mathematical Analysis Applicatons, 2001,254(2)：484-497.

[19] 周江河，谭海鸥. 关于解析 $Q_{T,S}$空间[J]. 五邑大学学报(自然科学版)，2009，23(3)：50-52.
ZHOU Jianghe, TAN Haiou. On analytic $Q_{T,S}$ spaces[J]. Journal of Wuyi University(Natural Science Edition), 2009, 23(3)：50-52.

[20] YANG Congli, XU Wen, KOTILAINEN M. Composition operators from Bloch type spaces into Q_K spaces[J]. Journal of Mathematical Analysis Applicatons, 2011,379(1)：26-34.